

УДК 69.04

## ФИЗИЧЕСКАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА В ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТАХ С УЧЁТОМ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ДЕЙСТВИЯ НАГРУЗКИ

С.Ф. Дьяков, Л.В. Мустафина

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
г. Санкт-Петербург (Российская Федерация)*

**Аннотация.** В данной статье, посвящённой вопросам физической нелинейности железобетона, проводится сравнительный анализ прогибов и требуемого армирования, полученных для монолитной безбалочной пятипролётной в обоих направлениях плиты в результате линейного и нелинейного расчётов методом конечных элементов в программном комплексе SCAD OFFICE. Нелинейное деформирование плиты принимается по модели Друкера-Прагера (теория пластического течения). Приводится подробное описание алгоритма расчёта с точки зрения действий исполнителя (инженера-расчётчика), включая перечисление требуемых расчётных моделей и пояснение способов расчёта необходимых для нелинейного решения задачи характеристик материалов и коэффициентов шагового процесса, задаваемых в программу. Также приведена блок-схема, описывающая алгоритм подбора требуемой схемы армирования в нелинейной постановке задачи. Вышеуказанные вопросы разобраны для двух тестовых моделей – модели «А» и модели «Б», различающихся только значением постоянной нагрузки от веса кровли. Приведены и проанализированы полученные прогибы, сделаны выводы о применимости предложенных в отечественных нормах (для расчёта в первом приближении) коэффициентов снижения жёсткости железобетонных элементов для оценки напряжённо-деформированного состояния железобетонного изгибаемого элемента с учётом трещинообразования и пластических деформаций.

**Ключевые слова:** физическая нелинейность железобетона, модель Друкера-Прагера, зависимость напряжение-деформация, изгиб, безбалочная плита, пластические деформации, метод конечных элементов, ПК SCAD Office.

**Ссылка для цитирования:** Дьяков С.Ф., Мустафина Л.В. Физическая нелинейность железобетона в изгибаемых элементах с учётом длительности действия нагрузки // Инженерные исследования. 2024. №1 (16). С. 13-22. EDN: BXYBY.

## AN ANALYSIS OF THE REINFORCED CONCRETE STRUCTURE CONSIDERING PHYSICAL NONLINEARITY AND LOAD DURATION

S.F. Dyakov, L.V. Mustafina

*Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, St.Petersburg (Russian Federation)*

**Abstract.** In this article, devoted to the issues of physical nonlinearity of reinforced concrete, a comparative analysis of the deflections and the required reinforcement obtained for a monolithic girderless five-span (in both directions) slab as a result of linear and nonlinear finite element calculations in the SCAD OFFICE software package have been performed. Nonlinear deformation of the plate is assumed according to the Drucker-Prager model (theory of plastic yielding). A detailed description of the calculation algorithm is given from the point of view of the design engineer, including a list of the required design schemes and an explanation of the methods of calculation of necessary material's characteristics and the coefficients of the step process for the nonlinear solution of the problem. A flowchart describing the algorithm for selecting the required reinforcement scheme in a nonlinear formulation of the problem is also provided. The above questions are analyzed for two test models – model "A" and model "B", which differ only in the value of the constant load from the weight of the roof. The obtained deflections are presented and analyzed, conclusions about the applicability (applicability to assessment the stress-strain state of a reinforced concrete bent element, taking into account cracking and plastic deformations) of the coefficients of stiffness reduction for reinforced concrete elements (proposed in domestic standards for calculation in the first approximation) are drawn.

**Keywords:** physical-nonlinear reinforced concrete, Drucker-Prager model, stress-strain dependence, bending, girderless plate, plastic flow, finite element method, SCAD Office.

**For citation:** Dyakov S.F., Mustafina L.V. An analysis of the reinforced concrete structure considering physical nonlinearity and load duration // Inzhenernyye issledovaniya [Engineering Research]. 2024. No.1 (16). Pp. 13-22. EDN: BXYBY.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проблема физической нелинейности железобетона многогранно рассмотрена и изучена, поскольку актуальность данной проблемы трудно переоценить: уже на ранних стадиях загрузки этот материал показывает значительные отклонения от деформаций по закону Гука, реализуются пластические деформации, учёт которых позволяет более точно предсказывать поведение (напряженно-деформированное состояние, образование и раскрытие трещин) элемента железобетонного каркаса под эксплуатационной нагрузкой, а следовательно – позволяет более экономично проектировать конструкции на практике, полностью используя ресурс их несущей способности.

Разработаны различные модели расчёта нелинейного поведения железобетона под нагрузкой. Один из наиболее подробно описанных в научных работах методов расчёта – предложенный и разработанный Карпенко Н.И., Карпенко С.Н. и другими авторами расчёт в конечных приращениях [1, 2]. Отдельное внимание в научных работах уделяется вопросам трещинообразования [3, 4] и ползучести [5, 6] как факторам, значительно влияющим на жёсткость железобетона. Широкоизвестна также нелинейная деформационная модель железобетона (НДМ), нашедшая отражения как в научных работах [7-9], так и в отечественных нормах строительного проектирования.

Несмотря на значительные научные успехи в сфере нелинейных расчётов конструкций, в реальной инженерной практике в настоящий момент ввиду трудоёмкости и времязатратности решения нелинейной задачи (а также ввиду множества других факторов, описанных исследователями проблемы) большинство многоэтажных зданий рассчитывается в линейной постановке [10]. Цель данного исследования - при помощи программы SCAD Office сравнить результаты линейного расчёта многопролётной неразрезной плиты с результатами её нелинейного расчёта по модели Друкера-Прагера (модель Друкера-Прагера выбрана в соответствии с рекомендациями разработчиков ПК SCAD Office, как наиболее точно описывающая поведение изгибаемых железобетонных элементов). В работе рассматривается случай пониженной влажности окружающей среды, поскольку именно в данных условиях наиболее полно реализуются реологические свойства железобетона.

## ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ РАСЧЁТНЫХ МОДЕЛЕЙ

В качестве тестовой модели «А» принята пятипролётная в обоих направлениях монолитная безбалочная плита, жёстко опёртая на колонны. Капители отсутствуют. Пролёт в направлении X равен пролёту в направлении Y и составляет 6 метров. Тип конечного элемента (для линейного расчёта) – КЭ №44, 4-х угольный КЭ оболочки (рис.1). Толщина плиты принята 200мм, класс бетона В25, класс арматуры А500, защитный слой бетона 50мм как для верхней, так и для нижней арматуры. Модуль упругости бетона снижен:  $E = 0,2E_b = 6000$  МПа для расчёта прогиба, согласно рекомендациям норм<sup>1</sup>. Значения нагрузок (табл.1) и схемы приложения временной нагрузки (рис. 2) представлены ниже.

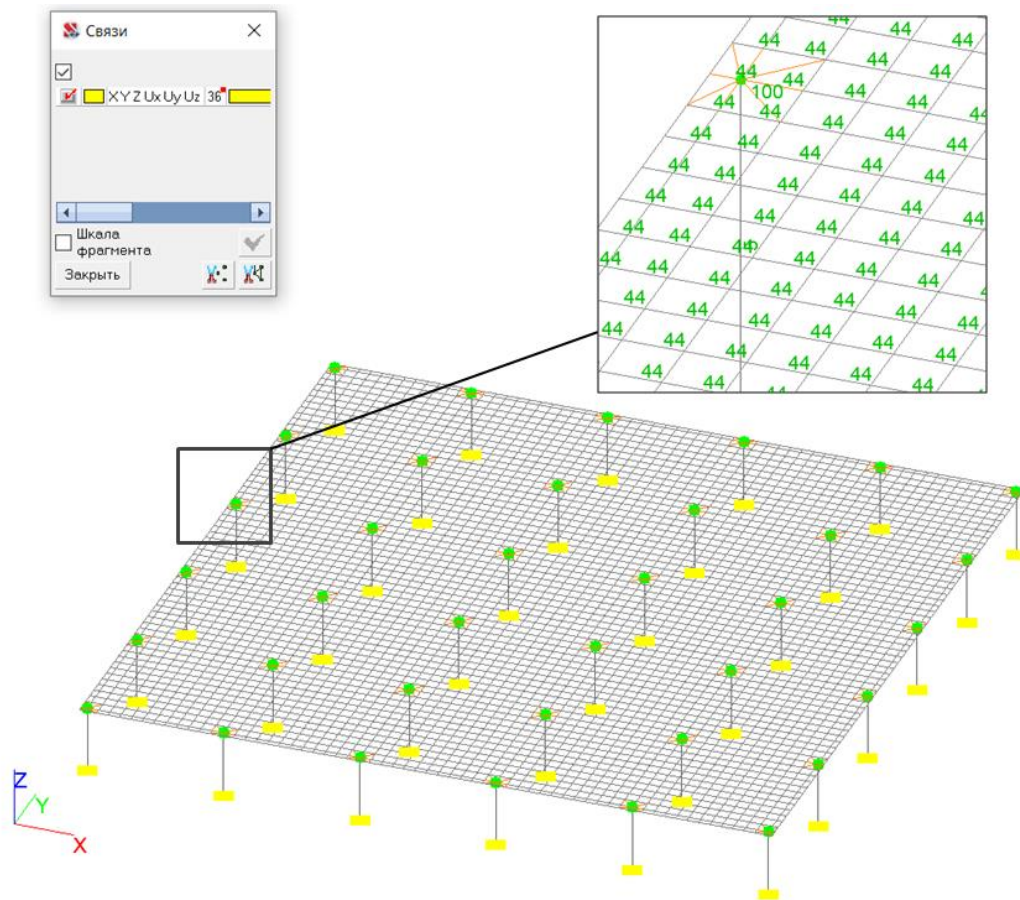
**Таблица 1.** Принятые в расчётных моделях нагрузки  
**Table 1.** Loads, considered in design schemes

№	Вид нагрузки	Наименование нагрузки	Нормативное значение, кПа	Коэффициент надёжности, $\gamma_f$	Расчётное значение, кПа
1	Постоянная	Собственный вес плиты	4,9	1,1	5,4
2		Вес слоёв пирога кровли: -для модели «А»	4	1,15	4,6
		-для модели «Б»	16	1,15	18,4
3	Временная кратковременная (коэф.длительности – 0,35)	Нагрузка от людей (полезная нагрузка)	4	1,2	4,8

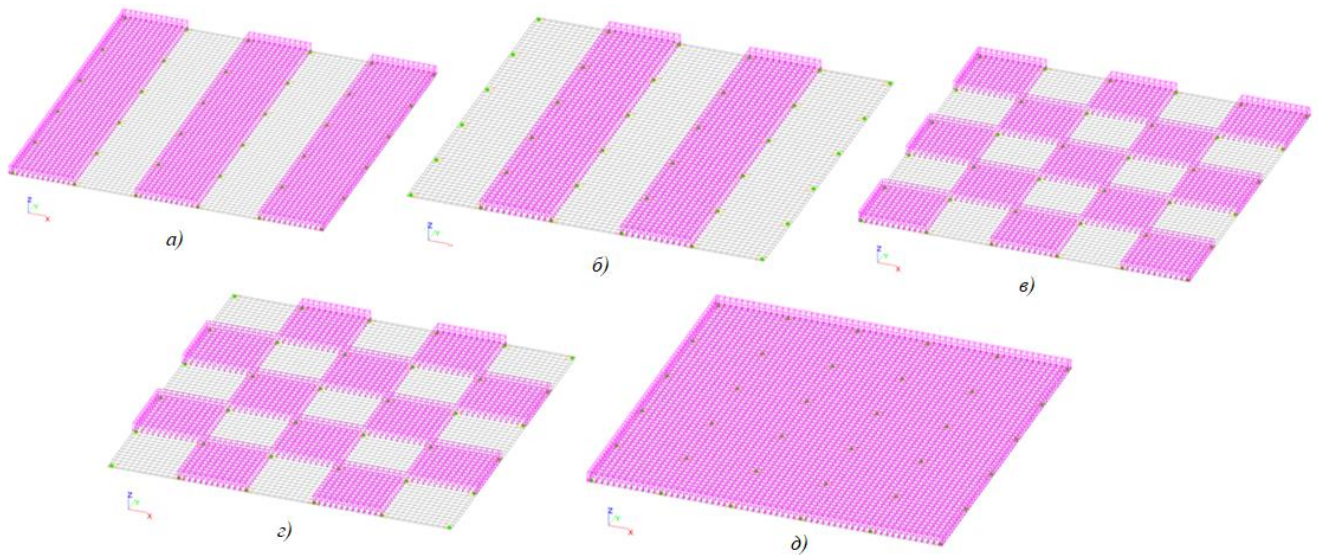
Тестовая модель «Б» отличается от модели «А» только значением нагрузки от веса слоёв пирога кровли – оно подобрано таким образом, чтобы прогиб плиты превышал предельный. В моделях (здесь, а также далее, в нелинейных расчётах) прикладываются расчётные значения нагрузок.

Для моделей «А» и «Б» был проведен линейный расчёт, по результатам которого для схем было получено значение прогиба (занесено в табл.3) и подобрано армирование (рис.3, табл.2), удовлетворяющее требованиям прочности плиты в линейном расчёте и используемое для первой итерации нелинейного расчёта, описанного в следующем разделе статьи.

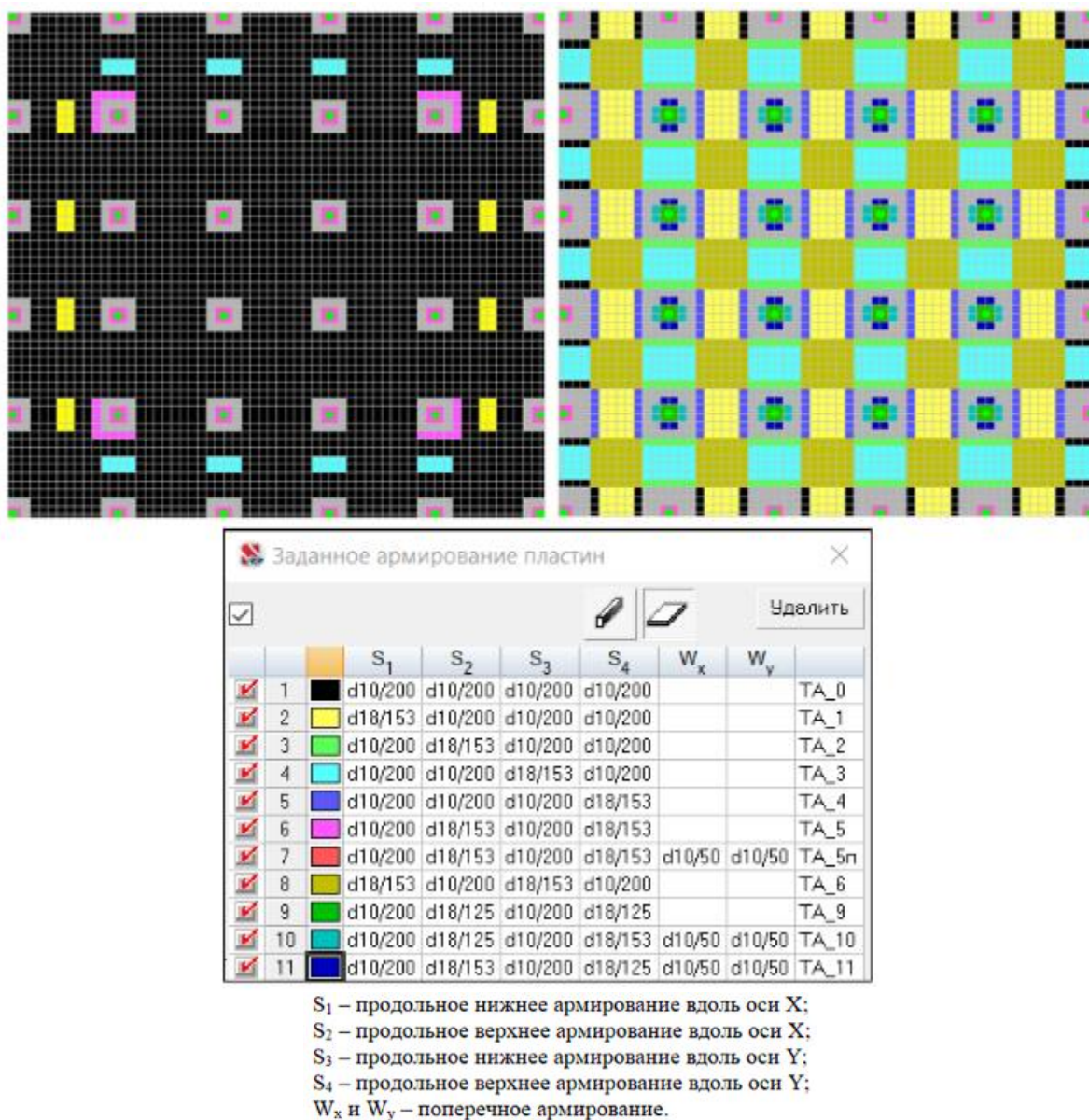
<sup>1</sup> СП 430.1325800.2018 «Монолитные конструктивные системы. Правила проектирования».



**Рис. 1.** Расчётная схема монолитной безбалочной пятипролётной плиты для линейного расчёта  
**Fig. 1.** Design scheme of monolithic flat slab five-span plate for linear calculation



**Рис. 2.** Рассмотренные варианты приложения временной нагрузки от людей  
**Fig. 2.** Considered versions of temporary load from people



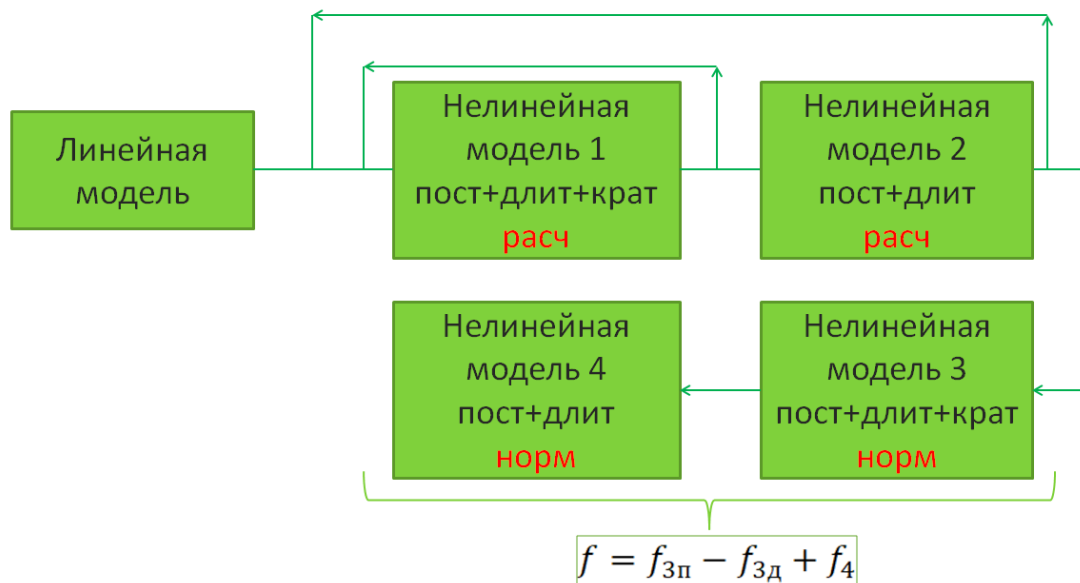
**Рис. 3.** Принятое из линейного расчёта армирование для модели «А» (слева) и модели «Б» (справа)  
**Fig. 3.** Reinforcement taken from linear calculation for model "A" (left) and model "B" (right)

### ОПИСАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ РАСЧЁТНЫХ МОДЕЛЕЙ И АЛГОРИТМА РАСЧЁТА

Прежде всего, для нелинейных моделей, созданных из моделей «А» и «Б», изменены тип элементов плиты (вместо КЭ№44 принят КЭ№444, 4-х угольный КЭ оболочки с учётом физической нелинейности). Кроме того, для каждого из случаев (А и Б) создано 4 различных (по нагрузке и характеристикам бетона, арматуры) модели, согласно блок-схеме (рис.4), где длительной нагрузкой названа часть кратковременной, с коэффициентом длительности, равным 0,35. В моделях 1 и 2 были приложены расчётные нагрузки (отмечено сокращением «расч» в блоксхеме), в моделях 3 и 4 были приложены нормативные нагрузки (отмечено сокращением «норм» в блоксхеме). Подробнее о нахождении характеристик материала, задаваемых в программу (рис.5) в каждой из четырёх моделей сказано непосредственно после рис.5.

Принятое по линейному расчёту армирование (как в случае модели «А», так и в случае модели «Б») не удовлетворило условию прочности плиты при её расчёте в нелинейной постановке, в связи с чем необходимо изменить заданное армирование плиты, после чего повторить нелинейный расчёт, поскольку с изменением жёсткости плиты изменяется и распределение усилий в ней. Таким образом, после повторного нелинейного расчёта может оказаться, что нужно снова изменять армирование – до тех пор, пока прочность плиты не будет обеспечена по модели 1. Далее, полученное по модели 1 армирование рассчитывалось в модели 2. Также важно после изменения армирования, полученного по

модели 2, вернуться к модели 1 и проверить прочность плиты по ней. Таким образом, необходимо центрально-симметрично изменять схему заданного армирования, проходя по циклам, приведённым на блок-схеме, пока некая единая схема армирования не удовлетворит требованиям прочности как по модели 1, так и по модели 2. Лишь после нахождения такого варианта армирования возможно перейти к моделям с нормативной нагрузкой – моделям 3 и 4 – и найти прогиб плиты по приведённой на рис.4 формуле.



**Рис. 4.** Блок-схема алгоритма подбора схемы армирования плиты и последующего нахождения для неё прогиба,  $f$  – искомый прогиб для плиты в нелинейной постановке,  $f_{3п}$  – прогиб по модели 3 на этапе приложения полной нагрузки,  $f_{3д}$  – прогиб по модели 3 на этапе приложения только постоянных и длительных нагрузок,  $f_4$  – прогиб по модели 4.

**Fig. 4.** Flowchart algorithm for selection of slab reinforcement and following estimation of its deflection,  $f$  – required deflection in nonlinear determination,  $f_{3п}$  – deflection from the third model at the full load application stage,  $f_{3д}$  – deflection from the third model at the stage of application of only constant and long-term loads,  $f_4$  – deflection from the fourth model.

Изотропия		Материал				
		Общие данные				
<input type="radio"/>	Деформационная теория пластичности					
<input checked="" type="radio"/>	Теория пластического течения Друкера - Прагера					
<input type="radio"/>	Теория пластического течения Гениева					
		Свойства бетона				
<input checked="" type="checkbox"/>	Учитывать деградацию бетона					
	Начальный модуль упругости бетона	модель 1	модель 2	модель 3	модель 4	
		30000000	6521739	30000000	6521739	кН/м <sup>2</sup>
	Предел прочности бетона на сжатие	14500	14500	18500	18500	кН/м <sup>2</sup>
	Предел прочности бетона на растяжение	1050	1050	1550	1550	кН/м <sup>2</sup>
	Относительный модуль(раз)упрочнения билинейной диаграммы при растяжении	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	
	Относительный модуль(раз)упрочнения билинейной диаграммы при сжатии	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	
	Остаточная прочность	1,е-004	1,е-004	0,0001	0,0001	
	Отношение деформации в точке U и деформации, соответствующей пределу при 1,732		2,772	1,732	2,772	
		Свойства арматуры				
<input checked="" type="radio"/>	Билинейная диаграмма					
	Модуль упругости арматуры	200000000	200000000	200000000	200000000	кН/м <sup>2</sup>
	Коэффициент Пуассона арматуры	0,3	0,3	0,3	0,3	
	Предел текучести арматуры на растяжение	435000	435000	500000	500000	кН/м <sup>2</sup>
	Предел текучести арматуры на сжатие	400000	435000	500000	500000	кН/м <sup>2</sup>
	Относительный модуль(раз)упрочнения в зоне растяжения для арматуры	0,05	0,05	0,05	0,05	
	Относительный модуль(раз)упрочнения в зоне сжатия для арматуры	0,05	0,05	0,05	0,05	
	Предельная деформация для растянутой арматуры	0,023	0,023	0,023	0,023	
	Предельная деформация для сжатой арматуры	-0,023	-0,023	-0,023	-0,023	
<input checked="" type="checkbox"/>	Учесть эффект Баушингера					

**Рис. 5.** Характеристики железобетона для расчёта по нелинейным моделям 1-4.  
**Fig. 5.** Characteristics of reinforced concrete for calculation using a nonlinear models 1-4

Начальный модуль упругости бетона для продолжительного действия нагрузки, с учётом ползучести, вычисляется согласно п.6.1.15<sup>1</sup> по формуле:

$$E_{b,\tau} = \frac{E_b}{1 + \varphi_{b,cr}} = \frac{30000 \text{ МПа}}{1 + 3,6} = 6521,739 \text{ МПа}$$

где:

$E_b$  – начальный модуль упругости бетона, принимаемый по табл.6.11<sup>1</sup>, для класса В25  $E_b=30000$  МПа;  
 $\varphi_{b,cr}$  – коэффициент ползучести, принимаемый по табл.6.12<sup>1</sup>, для пониженной влажности  $\varphi_{b,cr}=3,6$ .

Пределы прочности бетона брались по табл.6.7<sup>1</sup> или по табл.6.8<sup>1</sup>, в зависимости от случая расчёта (нормативный/расчётный), аналогично для пределов текучести арматуры. Относительные модули разупрочнения бетона и арматуры приняты по рекомендациям<sup>2</sup>. Предельные деформации арматуры также приняты по рекомендациям<sup>2</sup>. Отношение деформации в точке U (точке наибольших напряжений, см.рис.6,  $|\varepsilon_b|$ ) и деформации, соответствующей пределу прочности вычисляется следующим образом:

$$|\varepsilon_b| = \frac{B}{E_b} \cdot \lambda \cdot \frac{1 + 0,75\lambda B / 60 + 0,2\lambda / B}{0,12 + B / 60 + 0,2 / B} = \frac{25}{30000} \cdot 1 \cdot \frac{1 + 0,75 \cdot 25 / 60 + 0,2 \cdot 1 / 25}{0,12 + 25 / 60 + 0,2 / 25} = 0,00202$$

- для моделей М1 и М3:

$$\varepsilon_{b2} = 0,0035 \rightarrow \frac{\varepsilon_{b2}}{\varepsilon_b} = \frac{0,0035}{0,00202} = 1,732$$

- для моделей М2 и М4:

$$\varepsilon_{b2} = 0,0056 \rightarrow \frac{\varepsilon_{b2}}{\varepsilon_b} = \frac{0,0056}{0,00202} = 2,772$$

где:

$|\varepsilon_b|$  – значение относительной деформации бетона в точке U, формула по приложению Г<sup>1</sup>;

$B$  – класс бетона;

$\lambda$  – безразмерный коэффициент, принимаемый равным 1 для тяжёлых бетонов;

$E_b$  – начальный модуль упругости бетона;

$\varepsilon_{b2}$  – значение предельной относительной деформации бетона, принятое по п.6.1.20 и табл 6.10<sup>1</sup>,

После задания всех характеристик материалов был вручную задан последовательный процесс загрузки (на каждом шаге программа вычисляла напряжённо-деформированное состояние конечных элементов модели, и в соответствии с полученными данными изменяла жёсткость материала). Для моделей 1, 2 и 4 было задано 22 шага приложения полной нагрузки (за 2 шага прикладывается собственный вес, за 10 шагов прикладывается вес пирога кровли, и также за 10 шагов – временная нагрузка от людей и оборудования), а для модели 3 задано 32 шага ввиду того, что для вычисления прогиба необходимо отдельно вычислить значение прогиба для случая приложения только длительной части нагрузки, а затем вычислить прогиб на этапе приложения всей временной нагрузки (за 2 шага прикладывается собственный вес, за следующие 10 шагов прикладывается вес пирога кровли, за следующие 10 шагов – длительная часть временной нагрузки от людей и оборудования, и за финальные 10 шагов – кратковременная часть временной нагрузки). Задание шагового процесса в программу представлено на рис.7. Коэффициенты приводят заданную расчётную нагрузку к нормативной в случаях, где это необходимо (модели 3, 4), а также учитывают длительность нагрузок (модели 2, 3, 4).

Важно отметить: в раскрытом на рисунке 7 выпадающем списке 5 позиций – в соответствии с вариантами приложения временной нагрузки (таких вариантов именно 5 - рис 2); каждая из пяти позиций задаётся вручную (наименования нагрузок, коэффициенты, количества шагов), что довольно трудозатратно для проектировщика даже в случае простейшей, рассматриваемой в данном исследовании, модели. На практике же вариативность загрузок зачастую больше, а количество разных нагрузок гораздо большее чем три, приведённых в данной экспериментальной задаче

<sup>1</sup> СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения».

<sup>2</sup> Нелинейные расчёты на МРЗ в SCAD++ Вебинар А.В. Теплых, зам.ген.директора ООО «СКАД СОФТ»

[Электронный ресурс]. - URL: [https://www.youtube.com/watch?v=OFlu69\\_fCHw](https://www.youtube.com/watch?v=OFlu69_fCHw) (дата обращения: 12.01.2024).

(собственный вес, вес пирога кровли, временная от людей и оборудования), следовательно, для реального многоэтажного здания от проектировщика потребуется кратно больше времени, что отодвигает перспективу в непосредственно ближайшем будущем перейти на физически нелинейные расчёты всех проектируемых зданий.

После задания шагового процесса необходимо было задать нелинейные расчётные сочетания усилий (НРСУ) и перемещений, чтобы программа автоматически выбирала наихудшее из сочетаний нагрузок для расчёта требуемого армирования и получаемого прогиба. Коэффициенты для НРСУ вычисляются также вручную. На рисунках 8 и 9 приведены примеры задания НРСУ для модели 1 и модели 3.

Все описанные выше операции, производимые в программном комплексе, совершенно идентичны для моделей «А» и «Б», отличаются лишь значением коэффициентов НРСУ.

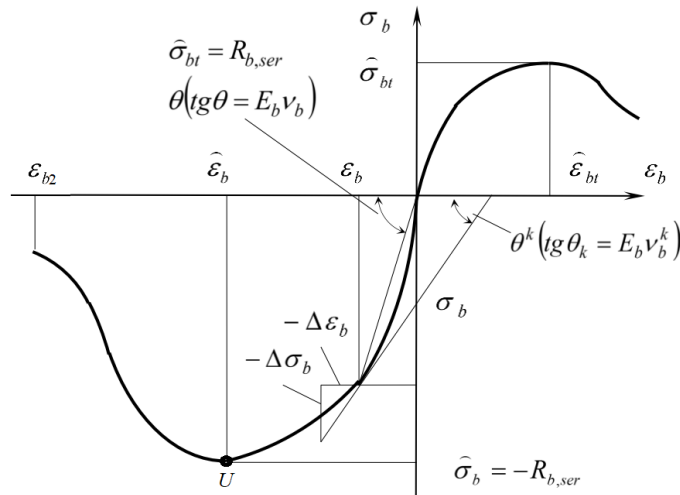


Рис. 6. Криволинейные диаграммы деформирования бетона по приложению G<sup>1</sup>  
 Fig. 6. Curvilinear diagrams of concrete deformations according to exhibit G<sup>1</sup>

Номер загрузки	Коэффициент загрузки	Количество шагов	Сохранение результатов
1: СВ	0,5	2	☑
2: Пол_перегородки	0,1	10	☑
8: Полезная_ш1	0,1	10	☑

Номер загрузки	Коэффициент загрузки	Количество шагов	Сохранение результатов
1: СВ	0,5	2	☑
2: Пол_перегородки	0,1	10	☑
8: Полезная_ш1	0,035	10	☑

Номер загрузки	Коэффициент загрузки	Количество шагов	Сохранение результатов
1: СВ	0,455	2	☑
2: Пол_перегородки	0,087	10	☑
8: Полезная_ш1	0,02905	10	☑
8: Полезная_ш1	0,05395	10	☑

Номер загрузки	Коэффициент загрузки	Количество шагов	Сохранение результатов
1: СВ	0,455	2	☑
2: Пол_перегородки	0,087	10	☑
8: Полезная_ш1	0,02905	10	☑

Рис. 7. Задание шагового процесса в ПК SCAD OFFICE  
 Fig. 7. Setting a step-by-step process in SCAD OFFICE SP

<sup>1</sup> СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения».

Расчетные сочетания усилий и перемещений

	Активное нагружение	Активное нагружение в РСР	Наименование	Загружения	
				Коеф. надежности	Доля длительности
1	☑	☑	загружение 1, шаг 2 - L1	1,1	1
2	☑	☑	загружение 1, шаг 12 - L1+L2	1,138	1
3	☑	☑	загружение 1, шаг 22 - L1+L2+L10	1,145	0,929
4	☑	☑	загружение 2, шаг 2 - L1	1,1	1
5	☑	☑	загружение 2, шаг 12 - L1+L2	1,138	1
6	☑	☑	загружение 2, шаг 22 - L1+L2+L11	1,143	0,952
7	☑	☑	загружение 3, шаг 2 - L1	1,1	1
8	☑	☑	загружение 3, шаг 12 - L1+L2	1,138	1
9	☑	☑	загружение 3, шаг 22 - L1+L2+L8	1,144	0,938
10	☑	☑	загружение 4, шаг 2 - L1	1,1	1
11	☑	☑	загружение 4, шаг 12 - L1+L2	1,138	1
12	☑	☑	загружение 4, шаг 22 - L1+L2+L9	1,143	0,943
13	☑	☑	загружение 5, шаг 2 - L1	1,1	1
14	☑	☑	загружение 5, шаг 12 - L1+L2	1,138	1
15	☑	☑	загружение 5, шаг 22 - L1+L2+L12	1,148	0,891

Рис. 8. Пример задания НРСУ для модели 1

Fig. 8. Example of the assignment nonlinear assumed combination of stresses for the first model

Расчетные сочетания усилий и перемещений

	Активное нагружение	Активное нагружение в РСР	Наименование	Загружения	
				Коеф. надежности	Доля длительности
1	☑	☑	загружение 1, шаг 2 - 0.91*L1	1	1
2	☑	☑	загружение 1, шаг 12 - 0.91*L1+0.87*L2	1	1
3	☑	☑	загружение 1, шаг 22 - 0.91*L1+0.87*L2+0.2905*L10	1	1
4	☑	☑	загружение 1, шаг 32 - 0.91*L1+0.87*L2+0.5395*L10	1	0,932
5	☑	☑	загружение 2, шаг 2 - 0.91*L1	1	1
6	☑	☑	загружение 2, шаг 12 - 0.91*L1+0.87*L2	1	1
7	☑	☑	загружение 2, шаг 22 - 0.91*L1+0.87*L2+0.2905*L11	1	1
8	☑	☑	загружение 2, шаг 32 - 0.91*L1+0.87*L2+0.5395*L11	1	0,954
9	☑	☑	загружение 3, шаг 2 - 0.91*L1	1	1
10	☑	☑	загружение 3, шаг 12 - 0.91*L1+0.87*L2	1	1
11	☑	☑	загружение 3, шаг 22 - 0.91*L1+0.87*L2+0.2905*L8	1	1
12	☑	☑	загружение 3, шаг 32 - 0.91*L1+0.87*L2+0.5395*L8	1	0,941
13	☑	☑	загружение 4, шаг 2 - 0.91*L1	1	1
14	☑	☑	загружение 4, шаг 12 - 0.91*L1+0.87*L2	1	1
15	☑	☑	загружение 4, шаг 22 - 0.91*L1+0.87*L2+0.2905*L9	1	1
16	☑	☑	загружение 4, шаг 32 - 0.91*L1+0.87*L2+0.5395*L9	1	0,945
17	☑	☑	загружение 5, шаг 2 - 0.91*L1	1	1
18	☑	☑	загружение 5, шаг 12 - 0.91*L1+0.87*L2	1	1
19	☑	☑	загружение 5, шаг 22 - 0.91*L1+0.87*L2+0.2905*L12	1	1
20	☑	☑	загружение 5, шаг 32 - 0.91*L1+0.87*L2+0.5395*L12	1	0,896

Рис. 9. Пример задания НРСУ для модели 3

Fig. 9. Example of the assignment nonlinear assumed combination of stresses for the third model

### АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Прежде всего, следует отметить времязатратность нелинейного расчёта по сравнению с линейным. Например, в данном исследовании для простейшей плиты с простейшей схемой нагружения линейный расчёт длился 10 секунд, в то время как нелинейный (суммарно для моделей 1, 2, 3 и 4) – порядка 3000 секунд.

Результат подбора продольной и поперечной арматуры (на плиту в целом, кг) представлен в табл. 2. Как мы можем заметить, ни для нелинейного расчёта модели «А», ни для нелинейного расчёта модели «Б» не оказалось достаточным армирование, подобранное из линейного расчёта. В случае модели «А» требуемое продольное армирование с переходом из линейного расчёта в нелинейный возросло на 5,2%, а в случае модели «Б» - на 3,9%. Данный вывод говорит о том, что линейно рассчитываемые в реальной практике конструкции могут не обеспечивать требуемую надёжность, занижая требуемое армирование в сравнении с нелинейным расчётом, более точно описывающим реальное поведение железобетонной плиты под нагрузкой. Это ещё раз подчёркивает необходимость развития нелинейных решателей (и их быстродействия) в расчётных программных комплексах, чтобы у инженеров-проектировщиков была возможность учёта физической нелинейности железобетона в повседневной практике расчёта конструкций нормального уровня ответственности.

Таблица 2. Результат подбора продольного и поперечного армирования

Table 2. The result of the selection of longitudinal and shear reinforcement

Показатели	Модели		Модель «Б» - нагрузка от веса кровли 16кПа	
	Модель «А» - нагрузка от веса кровли 4кПа	Модель «Б» - нагрузка от веса кровли 16кПа	Продольное армирование, кг	Поперечное армирование, кг
Линейный расчёт (E=0,2E <sub>b</sub> )	14163,52	3943,84	25225,16	10352,58
Нелинейный расчёт	14901,79	7739,79	26201,51	18388,15

Результат расчёта наибольшего прогиба плиты представлен в табл. 3. Рассчитав лишь модель А, исследователь может заметить небольшое (порядка 11,5%), но всё же снижение прогиба, что позволяет предположить, что нелинейный расчёт позволит не усиливать плиту «Б», несмотря на то, что в линейном расчёте её деформативность не удовлетворяет требованиям норм (в линейном расчёте по модели «Б» получен прогиб 30,52 мм, что превышает допустимый для 6-метрового пролёта прогиб 30мм). Однако, данное предположение оказывается неверным – результат нелинейного расчёта модели «Б» показал, что прогиб не только не стал удовлетворять нормам, а даже, напротив, увеличил своё значение на 25%. Выявленный факт доказывает, что нелинейный расчёт не всегда снижает деформативность конструкции – всё зависит от соотношения геометрии изгибаемой конструкции, её армирования и нагрузки на неё.



**Таблица 3.** Результат расчёта наибольшего прогиба плиты  
**Table 3.** The result of the calculating of the largest plate deflection

Показатели	Прогиб, мм	
	Модель «А» - нагрузка от веса кровли 4кПа	Модель «Б» - нагрузка от веса кровли 16кПа
Линейный расчёт ( $E=0,2E_b$ )	15,89	30,52
Нелинейный расчёт	$f_{3п} = 6,45, f_{3д} = 4,10, f_4 = 11,69$ $f = f_{3п} - f_{3д} + f_4 = 14,04$	$f_{3п} = 29,48, f_{3д} = 24,38, f_4 = 33,05$ $f = f_{3п} - f_{3д} + f_4 = 38,15$
Вывод	Линейный расчёт, по сравнению с нелинейным, показывает завышенное на $(15,89-14,04) \cdot 100/14,04=13\%$ значение прогиба.	Линейный расчёт, по сравнению с нелинейным, показывает заниженное на $(38,15-30,52) \cdot 100/38,15=20\%$ значение прогиба.

### ВЫВОДЫ

1. Армирование, подобранное в плите по результатам линейного расчёта (с учётом снижения модуля упругости по рекомендациям СП 430.1325800.2018) не обеспечивает прочность плиты при его задании в нелинейную расчётную модель, основанную на теории пластического течения Друкера-Прагера. Для рассчитанных в работе плит потребовалось увеличение продольного армирования на 3-6%.

2. Результат расчётов прогиба в линейной постановке (с  $E=0,2E_b$ ) может показывать как завышенные (случай модели «А», завышение на 13%) значения прогибов по сравнению с расчётами в нелинейной постановке, так и заниженные (случай модели «Б», занижение на 20%). Однозначного вывода сделать нельзя, поскольку направление отклонения зависит от неочевидного соотношения задаваемых в расчёт характеристик.

3. Трудоёмкость и времязатратность расчёта с учётом физической нелинейности железобетона не позволяют применять существующие методы в повседневной инженерной практике; необходима методика, которая позволила бы это сделать.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Карпенко Н. И., Карпенко С. Н. О формировании физических соотношений для бетонных элементов в напряженном состоянии в приращениях // Жилищное строительство. 2015. № 3. С. 10-13. EDN TLRTKX.
- Karpenko N. I., Karpenko S. N., Kadiev D. Z., Moiseenko G. A. The construction of the diagrammatic deformation model for calculating the core reinforced-concrete structures in finite increments under joint action of load increments and variable by cross sections low and ultra low subzero temperatures // Key Engineering Materials. 2021. Vol. 887 KEM. P. 665-671. EDN QWILTJN.
- Kolchunov V. I., Karpenko S. N. Rigidity of reinforced concrete structures under complex resistance // Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2022. № 1(53). P. 7-20. EDN WQNTEN.
- Радайкин О.В., Сабитов Л.С., Король О.А. [и др.] Допущения математических моделей трещиностойкости стержневых железобетонных элементов // Инженерный вестник Дона. 2023. № 7(103). С. 516-533. EDN VJIRJU.
- Санжаровский Р.С., Манченко М.М. Нелинейная теория ползучести бетона и железобетона и современные нормы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 1. С. 23-35. EDN XRNZIX.
- Sanjarovsky R, Manchenko M. Creep of concrete and its instantaneous nonlinearity of deformation in the structural calculations // Scientific Israel - Technological Advantages. 2015. Vol. 17, № 1-2. P. 180-187. EDN XVLLKH.
- Шевченко А.В., Баглаев Н.Н., Зеленев Е.А., Курбатов В.Л. Определение остаточных прогибов изгибаемых железобетонных элементов на основе нелинейной деформационной модели // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2023. № 8. С. 31-40. EDN AQMAUE.
- Исаков И.А. Нелинейная деформационная модель сечения для расчета железобетонных балок // Вестник гражданских инженеров. 2012. № 6(35). С. 28-32. EDN QZATQN.
- Маркович А.С., Абу Махади М.И., Милосердова Д.А. [и др.] Проблема численного анализа жесткости изгибаемых железобетонных элементов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 3. С. 233-241. EDN XTUZET.
- Перельмутер А.В., Тур В.В. Готовы ли мы перейти к нелинейному анализу при проектировании // Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций. 2017. Т. 13. № 3. С. 86-102. EDN ZRKJPH.

## ОБ АВТОРАХ

**Станислав Фёдорович Дьяков** – к.т.н., доцент Высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29. E-mail: [dyakov\\_sf@spbstu.ru](mailto:dyakov_sf@spbstu.ru)

**Людмила Витальевна Мустафина** – студент магистратуры. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29. E-mail: [ludamust76@yandex.ru](mailto:ludamust76@yandex.ru)

## ABOUT THE AUTHORS

**Stanislav F. Dyakov** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Higher School of Industrial, Civil and Road Construction. Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (SPbPU). 195251, Russia, St.Petersburg, Polytechnicheskaya st., 29. E-mail: [dyakov\\_sf@spbstu.ru](mailto:dyakov_sf@spbstu.ru)

**Liudmila V. Mustafina** – master's degree student. Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (SPbPU). 195251, Russia, St.Petersburg, Polytechnicheskaya st., 29. E-mail: [ludamust76@yandex.ru](mailto:ludamust76@yandex.ru)