

УДК 69.04

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОДКРЕПЛЕННОЙ КОНИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Е.П. Ефимов, В.В. Лалин

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
г. Санкт-Петербург (Российская Федерация)*

Аннотация. В настоящем исследовании проводится обзор методов определения напряженно-деформированного состояния подкрепленных конических оболочек, приведенных в действующих нормативных документах. С целью совершенствования описанных решений предлагается методика составления системы уравнений с использованием уравнений совместности перемещений и углов поворота. Результатом решения предложенной системы являются усилия и моменты, действующие в различных участках описываемой конструкции, с помощью которых в последствии находятся радиальные перемещения, углы поворотов шпангоутов, а также напряжения. Проводится численный эксперимент в программно-вычислительном комплексе Ansys Mechanical APDL путем моделирования подкрепленных поперечными ребрами конических оболочек различных углов конусности с целью определения достоверности значений радиальных перемещений, углов поворота и напряжений, полученных с использованием предлагаемой системы уравнений. Проводится сравнительный анализ полученных значений с результатами, вычисленными согласно действующим нормативным документам. Погрешность напряжений, полученных с использованием предложенного метода и численного эксперимента, не превышает 5%. Погрешность определения напряжений по описываемому методу не превышает, а местами превосходит значения, полученные при анализе согласно нормативной документации. Предложенная методика позволяет определять не только напряжения, но и значения радиальных перемещений и углов поворота шпангоутов, нахождение которых не описывается в действующих нормах.

Ключевые слова: коническая оболочка, подкрепленная оболочка, поперечные ребра, угол поворота шпангоута, радиальные перемещения, напряженно-деформированное состояние, балки на упругом основании.

Ссылка для цитирования: Ефимов Е.П., Лалин В.В. Напряженно-деформированное состояние подкрепленной конической оболочки // Инженерные исследования. 2023. №4 (14). С. 3-10. EDN: DYSCUA.

STRESS-STRAIN STATE OF STIFFENED SHELL

E.P. Efimov, V.V. Lalin

Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, St.Petersburg (Russian Federation)

Abstract. The present study provides review of methods of determination stress-strain state of stiffened conical shells which can be found in actual normative documents. The method of generation of combined equations with the use of equations of strain compatibility is offered to develop reviewed solutions. The results of the offered combined equations are forces and moments that can be found in different parts of the construction and can provide radial displacements, angular deflections of ribs and stresses. Numerical experiment with the use of programming and computing suite Ansys Mechanical APDL is carried out to determine accuracy of values of radial displacements, angular deflections and stresses calculated with the use of offered combined equations. The experiment includes modeling of stiffened conical shells of various cone angles. Also there is comparative analysis of the calculated values with results evaluated according to actual normative documents. Accuracy of stresses determined with the use of the offered method compared to the experiment does not exceed 5%. Imprecision of determination of stresses with the help of the computing suite does not surmount values calculated according to normative acts and sometimes the offered method gives more accurate results. The provided method allows to find the values of radial displacements and angular deflection of bends which cannot be found with the use of actual normative documents.

Keywords: conical shell, stiffened shell, cross ribs, angular deflection of bend, radial displacement, beam on elastic foundation.

For citation: Efimov E.P., Lalin V.V. Stress-strain state of stiffened shell // Inzhenernyye issledovaniya [Engineering Research]. 2023. No.4 (14). Pp. 3-10. EDN: DYSCUA.

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день оболочки вращения нашли применение в различных областях промышленности [1, 2]. В связи с этим существует большое количество методов анализа этих конструкций. Наибольшее распространение в настоящее время получил анализ тонкостенных подкрепленных поперечными ребрами [3] конструкций с помощью метода конечных элементов, реализованного во многих программно-вычислительных комплексах, таких как Ansys Mechanical APDL. Однако в инженерной практике помимо выполнения расчета непосредственно в программном комплексе требуется верификация полученных результатов, необходимая для понимания корректности работы выполненной расчетной модели [4, 5]. Эта процедура проводится путем сравнения величин, полученных в результате численного расчета, с решениями известных дифференциальных уравнений. В частности, в качестве такого уравнения может быть принято дифференциальное уравнение балки-полоски на сплошном упругом основании. Этот метод, полученный еще в первой половине предыдущего столетия, отличается простой в практическом использовании [6].

В то же время стоит отметить малое количество научных работ, посвященных использованию описанного метода для расчета распространенных на практике [7] конических подкрепленных оболочек. В ряде работ [8], в которых встречается упоминание расчета описываемых конструкций методом балок-полосок, коническая оболочка рассчитывается по формулам, полученным для цилиндрической оболочки. В актуальных нормативных документах, таких как НД 2-020201-014 «Правила классификации и постройки обитаемых подводных аппаратов и судовых водолазных комплексов», используется аналогичный подход и искомыми величинами являются напряжения.

Общие мембранные напряжения в продольном сечении в середине шпации определяются по формуле (1):

$$\sigma_2^0 = k_2^0 \cdot \frac{p \cdot r}{s \cdot \sin\theta}, \quad (1)$$

где p – наружное давление, действующее на оболочку, кгс/см²;

r – радиус исследуемой точки конструкции, см;

s – толщина оболочки, см;

θ – угол между осью оболочки и нормалью, проведенной к исследуемой точке конструкции, рад.

Суммарные напряжения в поперечном сечении у шпангоута определяются по формуле (2):

$$\sigma_1^t = k_1 \cdot \frac{p \cdot r}{s \cdot \sin\theta}. \quad (2)$$

Напряжения в поперечном сечении шпангоутов определяются по формуле (3):

$$\sigma_{fr}^0 = \frac{k}{1 - \frac{Z_{fr}}{r}} \cdot \frac{p \cdot r}{s \cdot \sin\theta}, \quad (3)$$

где Z_{fr} – высота шпангоута от срединной поверхности оболочки до свободной кромки (в расчете принимается со своим знаком), см.

Коэффициенты k_2^0 , k_1 , k определяются как функции параметров u , β , которые находятся по формулам (4), (5):

$$u = 0,642 \cdot \frac{l}{\sqrt{r \cdot s \cdot \sin\theta}}, \quad (4)$$

где l – расстояние по оси между шпангоутами, см.

$$\beta = 0,642 \cdot \frac{l \cdot s \cdot \left(1 - \frac{Z_0}{r}\right)}{F \cdot \sin\theta}, \quad (5)$$

где Z_0 – отстояние центра тяжести шпангоута от срединной поверхности обшивки (в расчете принимается со своим знаком), см;

F – площадь поперечного сечения шпангоута, см²;

В ряде случаев при проектировании конических оболочек требуется также информация о радиальных перемещениях различных участков конструкции и углы поворотов шпангоутов, определение которых не приводится ни в нормах, ни в описанных научных работах. Определению радиальных перемещений посвящена работа [4]. Однако полученная формула не только не дает данных о значениях угла поворота ребра, но и не позволяет с принятой инженерной погрешностью оценить перемещения участков поверхности оболочек с углом конусности свыше 20 градусов.

В связи с вышеизложенными сведениями целью работы является разработка метод анализа напряженно-деформированного состояния конической оболочки.

Задачи исследования включают:

- Определение необходимого количества участков для разбиения расстояния между ребрами;
- Составление системы уравнений, включающей в себя уравнения равновесия в точках соединения ребер и оболочки и уравнения совместности радиальных перемещений и углов поворота различных участков оболочки и стенок шпангоутов;
- Создание конечно-элементной модели подкрепленной конической оболочки в ПК «Ansys».
- Определение напряженно-деформированного состояния исследуемых конструкций различных углов конусности с помощью аналитического и численного решения.
- Анализ полученных результатов.

МОДЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

В качестве объекта исследования принята усеченная коническая оболочка толщиной $s = 3$ см, подкрепленная ребрами таврового сечения (стенка $20 \times 1,5$ см, полка $2,5 \times 8$ см) с шагом $l = 50$ см и нагруженная всесторонним внешним гидростатическим давлением $p = 40$ кгс/см². В исследовании рассмотрены конические оболочки, подкрепленные внешними или внутренними поперечными ребрами, с углами конусности θ равными 10° , 20° , 40° .

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Система уравнений составляется из полученных в работах [9,10] решений дифференциальных уравнений. В [9] приводятся решения для балок-полосок конечной длины, находящихся под действием сосредоточенной силы, сосредоточенного момента и равномерно распределенной нагрузки. Также в работе [9] приводится выражение для получения перемещения кольца, находящегося под воздействием внешней распределенной нагрузки.

В работе [10] получено выражение, с помощью которого определяется угол поворота кольца, находящегося под воздействием крутящего момента.

Для определения необходимого количества участков, на которые должны быть разбита шпация, проведено исследование упрощенной схемы. Были рассмотрены варианты разбиения шпации на 1, 2, 3 и 4 участка. Упрощенная расчетная схема для исследования варианта разбиения на 2 участка представлена ниже (рис. 1).

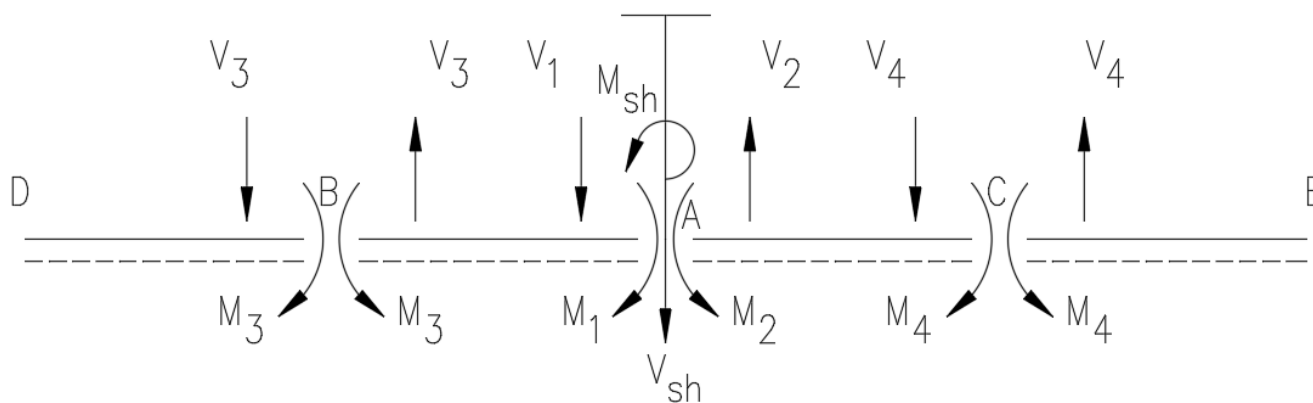


Рис. 1. Расчетная схема варианта разбиения шпации на 2 участка
Fig. 1. Design diagram of the variant of splitting the space into 2 sections

Уравнения совместности перемещений и углов поворота двух участков шпации, а также для участка шпации и шпангоута в точке А приведены в формулах (6-10) соответственно.

$$\frac{l^3}{16 \cdot E \cdot I_{AB} \cdot u_{AB}^4 \cdot \varphi_{2AB}} \cdot V_1 + \frac{q}{k_{AB}} + \frac{l^2 \cdot \lambda_{2AB}}{8 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot M_1 + \frac{l^3 \cdot \lambda_{0AB}}{8 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot V_3 - \frac{l^2 \cdot \rho_{1AB}}{2 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot M_3 =$$

$$= - \frac{l^3}{16 \cdot E \cdot I_{AC} \cdot u_{AC}^4 \cdot \varphi_{2AC}} \cdot V_2 + \frac{q}{k_{AC}} + \frac{l^2 \cdot \lambda_{2AC}}{8 \cdot E \cdot I_{AC}} \cdot M_2 - \frac{l^3 \cdot \lambda_{0AC}}{8 \cdot E \cdot I_{AC}} \cdot V_4 - \frac{l^2 \cdot \rho_{1AC}}{2 \cdot E \cdot I_{AC}} \cdot M_4,$$

$$\frac{l^3}{16 \cdot E \cdot I_{AB} \cdot u_{AB}^4 \cdot \varphi_{2AB}} \cdot V_1 + \frac{q}{k_{AB}} + \frac{l^2 \cdot \lambda_{2AB}}{8 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot M_1 + \frac{l^3 \cdot \lambda_{0AB}}{8 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot V_3 - \frac{l^2 \cdot \rho_{1AB}}{2 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot M_3 = \frac{V_{sp} \cdot r \cdot (r + Z_0)}{E \cdot F \cdot \sin \theta} \quad (7)$$

$$\frac{l^2 \cdot \lambda_{2AB}}{8 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot V_1 + \frac{3 \cdot l}{16 \cdot E \cdot I_{AB} \cdot u_{AB}^4 \cdot \eta_{1AB}} \cdot M_1 + \frac{l^2 \cdot \rho_{1AB}}{2 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot V_3 - \frac{l \cdot \rho_{2AB}}{E \cdot I_{AB}} \cdot M_3 = \frac{l^2 \cdot \lambda_{2AC}}{8 \cdot E \cdot I_{AC}} \cdot V_2 - \frac{3 \cdot l}{16 \cdot E \cdot I_{AC} \cdot u_{AC}^4 \cdot \eta_{1AC}} \cdot M_2 + \frac{l^2 \cdot \rho_{1AC}}{2 \cdot E \cdot I_{AC}} \cdot V_4 + \frac{l \cdot \rho_{2AC}}{E \cdot I_{AC}} \cdot M_4 \quad (8)$$

$$\frac{l^2 \cdot \lambda_{2AB}}{8 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot V_1 + \frac{3 \cdot l}{16 \cdot E \cdot I_{AB} \cdot u_{AB}^4 \cdot \eta_{1AB}} \cdot M_1 + \frac{l^2 \cdot \rho_{1AB}}{2 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot V_3 - \frac{l \cdot \rho_{2AB}}{E \cdot I_{AB}} \cdot M_3 = - \frac{M_{sp} \cdot r \cdot (r + Z_0)}{E \cdot I_{sp}} \quad (9)$$

где E – модуль деформации, $E = 2100000$ кгс/см²;

$q = 0,85p$;

$k, I, \varphi_2, \lambda_2, \lambda_0, \rho_1, \eta_1, \rho_2$ – параметры, определяемые по формулам (7-12) и зависящие от параметров рассматриваемого участка.

$$k = \frac{E \cdot s \cdot \sin^2 \theta}{r^2} \quad (10)$$

$$I = \frac{s^3 \cdot r^2}{10,906} \quad (11)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\cosh(4u) + \cos(4u) - 2}{\sinh(4u) - \sin(4u)} \right) \quad (12)$$

$$\lambda_2 = \frac{\cosh(4u) - \cos(4u)}{u^2 \cdot (\cosh(4u) + \cos(4u) - 2)} \quad (13)$$

$$\lambda_0 = \frac{\cosh(2u) \cdot \sin(2u) - \sinh(2u) \cdot \cos(2u)}{u^3 \cdot (\cosh(4u) + \cos(4u) - 2)} \quad (14)$$

$$\rho_1 = \frac{\sinh(2u) \cdot \sin(2u)}{u^2 \cdot (\cosh(4u) + \cos(4u) - 2)} \quad (15)$$

$$\eta_1 = \frac{3}{8 \cdot u^3} \cdot \left(\frac{\cosh(4u) + \cos(4u) - 2}{\sinh(4u) + \sin(4u)} \right) \quad (16)$$

$$\rho_2 = \frac{\cosh(2u) \cdot \sin(2u) + \sinh(2u) \cdot \cos(2u)}{u \cdot (\cosh(4u) + \cos(4u) - 2)} \quad (17)$$

Уравнения совместности перемещений и углов поворота в точке В для двух участков шпации (18-19) соответственно.

$$\frac{l^3}{16 \cdot E \cdot I_{DB} \cdot u_{DB}^4 \cdot \varphi_{2DB}} \cdot V_3 + \frac{q}{k_{DB}} + \frac{l^2 \cdot \lambda_{2DB}}{8 \cdot E \cdot I_{DB}} \cdot M_3 = - \frac{l^3}{16 \cdot E \cdot I_{AB} \cdot u_{AB}^4 \cdot \varphi_{2AB}} \cdot V_3 + \frac{q}{k_{AB}} + \frac{l^2 \cdot \lambda_{2AB}}{8 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot M_3 - \frac{l^3 \cdot \lambda_{0AB}}{8 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot V_1 - \frac{l^2 \cdot \rho_{1AB}}{2 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot M_1, \quad (18)$$

$$\frac{l^2 \cdot \lambda_{2DB}}{8 \cdot E \cdot I_{DB}} \cdot V_3 + \frac{3 \cdot l}{16 \cdot E \cdot I_{DB} \cdot u_{DB}^4 \cdot \eta_{1DB}} \cdot M_3 = \frac{l^2 \cdot \lambda_{2AB}}{8 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot V_3 - \frac{3 \cdot l}{16 \cdot E \cdot I_{AB} \cdot u_{AB}^4 \cdot \eta_{1AB}} \cdot M_3 + \frac{l^2 \cdot \rho_{1AB}}{2 \cdot E \cdot I_{AB}} \cdot V_1 + \frac{l \cdot \rho_{2AB}}{E \cdot I_{AB}} \cdot M_1 \quad (19)$$

Уравнения совместности перемещений и углов поворота в точке С для двух участков шпации (20-21) соответственно.

$$\frac{l^3}{16 \cdot E \cdot I_{AC} \cdot u_{AC}^4 \cdot \varphi_{2AC}} \cdot V_4 + \frac{q}{k_{AC}} + \frac{l^2 \cdot \lambda_{2AC}}{8 \cdot E \cdot I_{AC}} \cdot M_4 + \frac{l^3 \cdot \lambda_{0AC}}{8 \cdot E \cdot I_{AC}} \cdot V_2 - \frac{l^2 \cdot \rho_{1AC}}{2 \cdot E \cdot I_{AC}} \cdot M_2 = - \frac{l^3}{16 \cdot E \cdot I_{CE} \cdot u_{CE}^4 \cdot \varphi_{2CE}} \cdot V_4 + \frac{q}{k_{CE}} + \frac{l^2 \cdot \lambda_{2CE}}{8 \cdot E \cdot I_{CE}} \cdot M_4, \quad (20)$$

$$\frac{l^2 \cdot \lambda_{2AC}}{8 \cdot E \cdot I_{AC}} \cdot V_4 + \frac{3 \cdot l}{16 \cdot E \cdot I_{AC} \cdot u_{AC}^4 \cdot \eta_{1AC}} \cdot M_4 + \frac{l^2 \cdot \rho_{1AC}}{2 \cdot E \cdot I_{AC}} \cdot V_2 - \frac{l \cdot \rho_{2AC}}{E \cdot I_{AC}} \cdot M_2 = \frac{l^2 \cdot \lambda_{2CE}}{8 \cdot E \cdot I_{CE}} \cdot V_4 - \frac{3 \cdot l}{16 \cdot E \cdot I_{CE} \cdot u_{CE}^4 \cdot \eta_{1CE}} \cdot M_4 \quad (21)$$

Уравнения равновесия узла в точке А для перерезывающих усилий и моментов представлены ниже в формулах (22-23) соответственно.

$$V_1 + V_{sp} \cdot \sin \theta - V_2 = 0 \quad (22)$$

$$M_1 - M_2 - M_{sp} = 0 \quad (23)$$

На основании приведенных выше уравнений были составлены системы, с помощью которых были найдены возникающие в выделенных точках силы и моменты. Найденные величины были использованы для определения напряжений, радиальных перемещений и углов поворота.

Результаты, полученные при расчете описанной схемы с разным количеством участков в пределах шпации, сравниваются с значениями, полученными в программном комплексе Ansys Mechanical APDL. Для сравнения с численным экспериментом была создана конечно-элементная модель, представленная ниже (рис. 2). Для уменьшения расчетной схемы была задана половина конической оболочки, закрепленная в сечении в конической системе координат по U_y , ROT_x , ROT_z . По линии стыка оболочки и шпангоута введены закрепления по U_x .

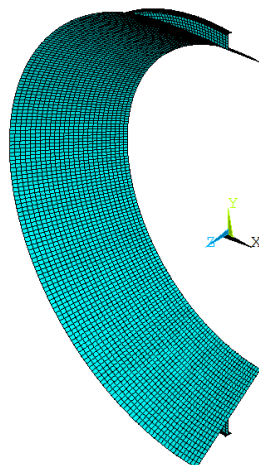


Рис. 2. Конечно-элементная модель для исследования необходимой степени разбиения шпации
Fig. 2. Finite-element model for the study of the required degree of spatula division

Результаты сравнения величин, полученных аналитическим путем и при помощи численного эксперимента, для разных углов конусности и разной ориентации шпангоутов для наглядности сведены в таблицу (табл. 1). В столбце «%» для каждого варианта разбиения шпации приводится разница между ответами, полученными с помощью аналитического и численного решений. Значения σ_1^1 и σ_{01}^1 описывают значения суммарных продольных напряжений слева и справа от шпангоута соответственно.

Таблица 1. Сравнение результатов аналитического расчета различных вариантов разбиения шпации и результатов численного моделирования

Table 1. Comparison of results of analytical calculation of different variants of division of space and results of numerical modeling

θ	Пар.	Аналитическое решение								Численное решение
		1 уч.	%	2 уч.	%	3 уч.	%	4 уч.	%	
10° Внеш. шп.	w	0,247816	0,90	0,247873	0,87	0,247878	0,87	0,247875	0,87	0,250035
	θ	0,000478698	22,4	0,00043700	11,8	0,000434391	11,1	0,000431301	10,3	0,00039097
	σ_1^1	3133,475	0,94	3133,333	0,93	3133,684	0,94	3134,692	0,98	3104,38
	σ_{01}^1	3132,337	1,69	3132,293	1,69	3132,65	1,70	3133,666	1,73	3080,3
	σ_{sp}	1931,396	1,43	1931,837	1,45	1931,878	1,46	1931,85	1,45	1904,165
10° Внут. шп.	w	0,238838	1,32	0,238891	1,34	0,238895	1,34	0,238891	1,34	0,235737
	θ	0,000471252	22,2	0,00043234	12,1	0,00042987	11,5	0,000426573	10,6	0,00038566
	σ_1^1	3263,819	1,40	3263,718	1,40	3264,093	1,39	3265,183	1,36	3309,52
	σ_{01}^1	3262,551	0,59	3262,555	0,59	3262,937	0,58	3264,035	0,54	3281,82
	σ_{sp}	2105,066	0,98	2105,529	0,96	2105,567	0,95	2105,53	0,96	2125,66
20° Внеш. шп.	w	0,273963	0,99	0,274227	0,89	0,274277	0,88	0,274286	0,87	0,276677
	θ	0,00106168	25,6	0,00094953	12,3	0,000941917	11,4	0,000937927	10,9	0,00084540
	σ_1^1	3261,019	0,56	3260,368	0,54	3261,016	0,56	3262,208	0,59	3242,95
	σ_{01}^1	3258,493	2,06	3258,109	2,05	3258,776	2,07	3259,849	2,11	3192,63
	σ_{sp}	2037,048	1,34	2039,007	1,44	2039,383	1,46	2039,444	1,46	2010,095

θ	Пар.	Аналитическое решение								Численное решение
		1 уч.		2 уч.		3 уч.		4 уч.		
			%		%		%		%	
20° Внут. шп.	w	0,264195	1,19	0,26444	1,28	0,264487	1,30	0,264494	1,30	0,261091
	θ	0,001045168	25,4	0,00093928	12,7	0,000932062	11,8	0,000927945	11,3	0,00083369
	σ_1^1	3396,524	1,82	3396,606	1,81	3396,752	1,81	3397,891	1,78	3458,25
	σ_1^{01}	3393,711	0,19	3393,533	0,20	3394,243	0,18	3395,393	0,14	3400,29
	σ_{sp}	2222,268	1,11	2224,326	1,02	2224,727	1,00	2224,783	1,00	2246,975
40° Внеш. шп.	w	0,42287	1,47	0,424905	0,99	0,425317	0,89	0,425428	0,86	0,429094
	θ	0,003361008	40,6	0,00274108	14,7	0,002685881	12,4	0,002670045	11,7	0,00239034
	σ_1^1	3894,601	0,27	3887,143	0,47	3889,879	0,39	3891,569	0,35	3905,23
	σ_1^{01}	3886,605	2,65	3880,621	2,49	3883,489	2,57	3885,216	2,61	3786,24
	σ_{sp}	2561,26	0,89	2573,582	1,38	2576,078	1,48	2576,752	1,50	2538,63
40° Внут. шп.	w	0,40881	0,59	0,410703	1,05	0,411095	1,15	0,411198	1,17	0,406427
	θ	0,003309424	40,5	0,00271012	15,1	0,00265647	12,8	0,002640874	12,1	0,0023549
	σ_1^1	4055,248	2,77	4048,929	2,93	4051,873	2,85	4053,631	2,81	4167,5
	σ_1^{01}	4046,326	0,42	4041,622	0,30	4044,711	0,38	4046,511	0,42	4029,51
	σ_{sp}	2805,663	1,75	2818,655	1,28	2821,347	1,19	2822,056	1,16	2854,86

Таким образом видно, что для обеспечения точности в 3-5% по напряжениям и перемещениям, а также для удобства дальнейшего анализа целесообразно принять разбиение шпации на 2 участка.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Для анализа был выбран фрагмент подкрепленной конической оболочки, расчетная схема которого представлена ниже (рис. 3). В точках F и G по условиям симметрии отсутствуют перерезывающие силы, а углы поворота равны 0. С помощью описанного выше метода была составлена система уравнений для определения напряженно-деформированного состояния исследуемой конструкции.

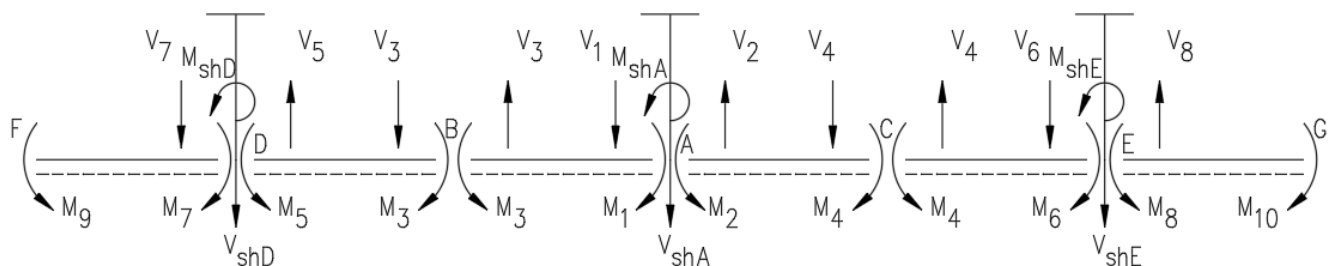


Рис. 3. Расчетная схема варианта разбиения шпации на 2 участка
 Fig. 3. Design diagram of the variant of splitting the space into 2 sections

Полученные значения напряжений в различных точках были сопоставлены со значениями, найденными при помощи численного моделирования, а также нормативных документов по формулам (1-5). В качестве примера вычисленных значений ниже приведены напряжения для оболочки с наибольшим углом конусности 40° при различной ориентации шпангоутов (табл. 2).

Таблица 2. Напряжения в различных точках подкрепленных конических оболочек с углом конусности 40°.
 Table 2. Stresses at various points of reinforced conical shells with a taper angle of 40°.

Параметры	Внешние шпангоуты			Внутренние шпангоуты		
	Метод расчета			Метод расчета		
	По нормам	Аналит.	Численный	По нормам	Аналит.	Численный
σ_1^{BA}	3604,89	3632,337	3653,21	3758,71	3773,146	3882,45
σ_1^{AC}	3604,89	3626,355	3532,45	3758,71	3766,497	3742,09
σ_1^{FD}	4025,45	3891,195	3973,37	4163,04	4018,827	4183,49
σ_1^{DB}	4025,45	3887,097	3849,48	4163,04	4014,347	4042,35
σ_1^{CE}	3159,71	3263,982	3227,67	3332,5	3419,751	3479,88
σ_1^{EG}	3159,71	3257,66	3111,46	3332,5	3412,58	3341,12
σ_{spA}	2627,14	2635,95	2596,84	2909,877	2893,63	2930,855

Параметры	Внешние шпангоуты			Внутренние шпангоуты		
	Метод расчета			Метод расчета		
	По нормам	Аналит.	Численный	По нормам	Аналит.	Численный
σ_{spD}	3127,483	3147,57	3117,085	3417,32	3412,57	3463,15
σ_{spE}	2125,934	2120,4	2080,645	2398,221	2367,07	2398,025
σ_{2B}^0	4087,02	4025,55	4115,01	4024,322	3970,21	4024,74
σ_{2C}^0	3508,32	3560,57	3528,86	3452,409	3507,15	3450,0

Сравнение величин радиальных перемещений и углов поворота шпангоутов, полученных при помощи аналитического решения и численного моделирования для оболочек различных углов конусности с внешней или внутренней ориентацией ребер, представлено ниже (табл. 3).

Таблица 3. Сравнение радиальных перемещений и углов поворота для оболочек различной конусности, полученных с помощью аналитического решения и численного моделирования
Table 3. Comparison of radial displacements and rotation angles for shells of different taper obtained by analytical solution and numerical modeling

Угол конус.	Метод расчета	Параметры							
		w_A	w_B	w_C	w_D	w_E	θ_D	θ_A	θ_E
10° (Внеш.шп.)	Аналит.	0,25282	0,28736	0,26779	0,27166	0,23459	0,00039186	0,00031052	0,00029733
	Числен.	0,25492	0,28967	0,27031	0,27406	0,23644	0,00032406	0,00028653	0,00027744
Погрешность:		0,83	0,81	0,94	0,88	0,79	20,92	8,37	7,17
10° (Внут.шп.)	Аналит.	0,24409	0,28073	0,26151	0,26265	0,22615	0,00038360	0,00030354	0,00029015
	Числен.	0,24103	0,27924	0,26046	0,25969	0,22303	0,00031053	0,00027531	0,00026612
Погрешность:		1,27	0,53	0,4	1,14	1,4	23,53	10,25	9,03
20° (Внеш.шп.)	Аналит.	0,28010	0,33144	0,28669	0,32405	0,23911	0,00085520	0,00070376	0,00064258
	Числен.	0,28243	0,33349	0,28919	0,32708	0,24092	0,00071125	0,00064926	0,00060590
Погрешность:		0,83	0,62	0,87	0,93	0,76	20,24	8,39	6,05
20° (Внут.шп.)	Аналит.	0,27063	0,32423	0,28026	0,31396	0,23027	0,00083749	0,00068884	0,00062684
	Числен.	0,26734	0,32213	0,27912	0,31094	0,22689	0,00068276	0,00062537	0,00058175
Погрешность:		1,23	0,65	0,41	0,97	1,49	22,66	10,15	7,75
40° (Внеш.шп.)	Аналит.	0,43520	0,57227	0,41153	0,60176	0,29478	0,00251426	0,00232889	0,00186170
	Числен.	0,43893	0,57195	0,41781	0,60810	0,29747	0,00213726	0,00216640	0,00179509
Погрешность:		0,86	0,06	1,52	1,05	0,91	17,64	7,5	3,71
40° (Внут.шп.)	Аналит.	0,42163	0,56260	0,40435	0,58624	0,28317	0,00246638	0,00228790	0,00181744
	Числен.	0,41725	0,55671	0,40650	0,58313	0,27907	0,00206718	0,00210331	0,00173518
Погрешность:		1,05	1,06	0,53	0,53	1,47	19,31	8,78	4,74

ОБСУЖДЕНИЕ

Напряжения, получаемые при помощи предложенного метода, хорошо сходятся с результатами расчета согласно нормативным документам и численному моделированию. Об этом свидетельствует то, что разница между сравниваемыми величинами не превышает инженерную погрешность 3%.

Полученные результаты показывают, что перемещения, полученные при использовании предложенного аналитического решения, сходятся в пределах 1,5% со значениями, вычисленными с помощью численного моделирования. Таким образом, предложенный метод анализа радиальных перемещений конической оболочки превосходит по точности методику, предложенную в работе [5].

Разница между углами поворота, определенными с помощью двух описанных способов, зависит от местоположения анализируемого ребра и в худшем случае составляет 23,5% в безопасную сторону. Наблюдаемое расхождение углов поворота может быть вызвано их малой величиной по сравнению с остальными величинами, определяемыми из составленной системы уравнений. Однако стоит отметить гораздо меньшую разницу углов поворота для крайних шпангоутов при наибольшем угле конусности и, следовательно, наибольшей величине завала шпангоутов. Эта разница для ребер в точке D не превышает 9%, а в точке E – 5%.

ВЫВОДЫ

1. Определены не только основные напряжения, действующие в частях исследуемых конструкций, но и радиальные перемещения, методика вычисления которых не приводится в действующих нормативных документах.

2. Получены величины суммарных продольных напряжений, действующих с разных сторон от ребра. В то время как методика, описанная в нормативной документации, предлагает эти величины считать равными.

3. Проведена оценка величин углов поворота подкрепляющих поперечных ребер.

Сравнение численного эксперимента и расчета по предложенной методике показало, что аналитическое решение позволяет с хорошей точностью (не более 3%) определять значения напряжений и перемещений, однако результаты определения углов поворота поперечных ребер сходятся неудовлетворительно (23,5%), что свидетельствует о необходимости доработки предложенной методики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Qu Y, Chen Y, Long X, Hua H, Meng G. A modified variational approach for vibration analysis of ringstiffened conical-cylindrical shell combinations // *European Journal of Mechanics A/Solid*. Т. 37. 2013. С. 200–215.
2. Кривошапко С.Н. К вопросу о применении параболических оболочек вращения в строительстве в 2000-2017 годах // *Строит. механика инженерных конструкций и сооружений*. 2017. №4. С. 4–14. EDN ZHAIXB.
3. Filippov S.B. Buckling of circular ring joint with cylindrical shell // *Shell Structures Theory and Applications, Proc. of the 9th SSTA Conference*. Poland: Jurata. 2010. С. 109–112. EDN UEIENB.
4. Жестков К.Г., Конкин А.М., Красавцев В.Н. К расчету напряженно-деформированного состояния оболочек малого диаметра в составе жестких связей основных корпусов подводных технических средств // *Труды Крыловского государственного научного центра*. 2018. Специальный выпуск 2. С. 64–68. EDN YQZQJV.
5. Ефимов Е.П., Лалин В.В. Определение вертикального перемещения в месте соединения шпангоута и конической оболочки // *Неделя науки ИСИ : Сборник материалов Всероссийской конференции, Санкт-Петербург, 03–09 апреля 2023 года. Том Часть 2. – Санкт-Петербург: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого"*, 2023. С. 421423. EDN KWRPNQ.
6. Лимаренко А.М., Сурьянинов Н.Г. Расчет цилиндрических оболочек методом граничных элементов // *Труды Одесского политехнического университета*. 2008. №2. С. 27–35. EDN NUNJTF.
7. Tian L., Ye T., Jin G. Vibration analysis of combined conical-cylindrical shells based on the dynamic stiffness method // *ThinWalled Structures*. 2021. No. 159. С. 107–260.
8. Папкович П.Ф. *Строительная механика корабля*. Ч. 1 Т. 2. Москва: Морской транспорт. 1947. 816 с.
9. Бойцов Г. В., Палий О. М., Постнов В. А., Чувиковский В. С. *Справочник по строительной механике корабля*. Т. 1. Ленинград: Судостроение. 1982. 376 с.
10. Тимошенко С.П. *Сопротивление материалов. Более сложные вопросы теории и задачи*. Т. 2. Москва: Наука. 1965. 480 с.

ОБ АВТОРАХ

Ефимов Евгений Павлович – студент магистратуры. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29. Email: Efimov.ep@edu.spbstu.ru

Владимир Владимирович Лалин – д.т.н., профессор Высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29. Email: lalin_vv@spbstu.ru

ABOUT THE AUTHORS

Evgenii P. Efimov – graduate student. Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (SPbPU). 195251, Russia, St.Petersburg, Polytechnicheskaya st., 29. Email: Efimov.ep@edu.spbstu.ru

Vladimir V. Lalin – professor of department «Higher School of Industrial, Civil and Road Engineering». Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (SPbPU). 195251, Russia, St.Petersburg, Polytechnicheskaya st., 29. Email: lalin_vv@spbstu.ru