

УДК 69.04

РЕАЛИЗАЦИЯ ГРАФИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ ФЕРМ С ПОМОЩЬЮ САД-СИСТЕМ

А.В. Горда¹, В.А. Рыбаков²

^{1,2} Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург
(Российская Федерация)

Аннотация. Графические методы расчета конструкций известны человечеству не одно столетие. С развитием численных методов расчета использование графических методов практически потеряло необходимость ввиду ряда их объективных недостатков – неточности, трудоемкости и др. Современные САД-системы в связке с языками визуального программирования делают доступными для реализации графические способы расчета конструкций, позволяя преодолеть перечисленные недостатки. В исследовании рассмотрено два типа статически определимых плоских задач, для каждого из которых предложено решение графическим способом в ПО Rhinoceros 3D с использованием среды визуального программирования Grasshopper. Полученных в ходе работы скрипты, основанные на теории веревочного многоугольника Вариньона и методе расчета усилий в плоских фермах Максвелла-Кремоны, позволяют изменять условия исходных задач, получая при этом динамический пересчет искомых неизвестных.

Ключевые слова: графическая статика, графические методы расчета, веревочный многоугольник, многоугольник Вариньона, метод Максвелла-Кремоны, диаграмма сил, силовой многоугольник, Rhinoceros 3D, Grasshopper.

Ссылка для цитирования: Горда А.В., Рыбаков В.А. Реализация графических методов расчета статически определимых ферм с помощью САД-систем // Инженерные исследования. 2022. №4 (9). С. 3-9. EDN: NFTRRJ

ISOSTATIC TRUSS ANALYSIS IN CAD-SYSTEM WITH GRAPHIC STATICS IMPLEMENTATION

A.V. Gorda¹, V.A. Rybakov²

^{1,2} Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg (Russian Federation)

Abstract. Graphic statics methods have been known to mankind for centuries, With the development of numerical methods graphic statics methods became unnecessary due to deficiencies such as inaccuracy, complexity, etc. Modern CAD systems in tandem with visual programming implement graphic statics methods allowing overcome their drawbacks. The article deals with the two types of isostatic two-dimensional problems for each of which proposed a graphic statics solution using Rhinoceros 3D software and visual programming language Grasshopper. The scripts obtained in this work are based on Varignon parallelogram theory and Cremona-Maxwell method for truss forces calculation. There is a possibility to modify the problem terms and to get the dynamic recalculation of the unknowns.

Keywords: graphic statics, graphic statics method, Varignon parallelogram, force diagram, form diagram, Cremona diagram, Cremona-Maxwell method, Rhinoceros 3D, Grasshopper.

For citation: Gorda A.V., Rybakov V.A. Isostatic truss analysis in CAD-system with graphic statics implementation // Inzhenernyye issledovaniya [Engineering Research]. 2022. No.4 (9). Pp. 3-9. EDN: NFTRRJ

ВВЕДЕНИЕ

Методы графического расчета сооружений широко использовались в инженерной практике вплоть до середины XX века. Известна теория веревочного многоугольника, предложенная голландским инженером С. Стевином в XVII веке и получившая развитие в работах французского инженера Р. Вариньона. Использование метода основано на положении статики о сохранении равновесия тела, к которому приложены две равные, но противоположные по направлению силы, лежащие на одной прямой. Для графического нахождения усилий и реакций в конструкциях строятся связанные между собой силовой многоугольник и диаграмма (план) сил. Существует также метод расчета плоских ферм Максвелла-Кремоны, основанный на соединении силовых многоугольников всех узлов фермы таким образом, чтобы ни одно из усилий не повторялось дважды [1-3].

Среди отечественных исследователей вклад в разработку графических методов расчета конструкций внесли С. С. Голушкевич [4, 5] и В. Л. Кирпичев [6].

С появлением вычислительной техники и численных методов расчета необходимость в использовании графических методов практически отпала. Однако в начале XXI века рядом исследователей были предприняты попытки возродить использование метода графической статики с помощью современных САД-систем [7-14].

Целью данного исследования стала реализация метода графической статики в ПО Rhinoceros 3D с использованием среды визуального программирования Grasshopper. В ходе работы получены решения для двух задач статики, ряд параметров которых доступен для динамического редактирования.

МЕТОДЫ

Для нахождения усилий в элементах треугольной фермы Полонсо графическим методом Максвелла-Кремоны необходимо рассмотреть две плоские задачи статики:

1. Нахождение опорных реакций в статически определимой балке, нагруженной двумя сосредоточенными силами (рис. 1).

2. Нахождение усилий в элементах статически определимой фермы, нагруженной двумя сосредоточенными силами с заранее известными реакциями в опорах (рис. 2).

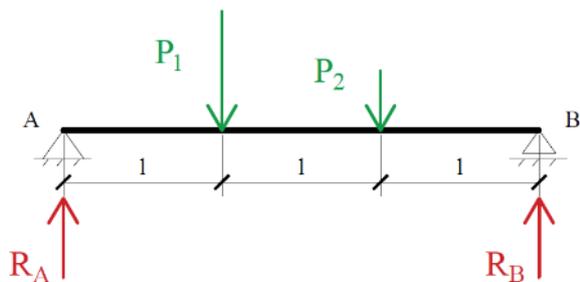


Рис. 1. Расчетная схема к задаче 1
Fig. 1. Problem scheme 1

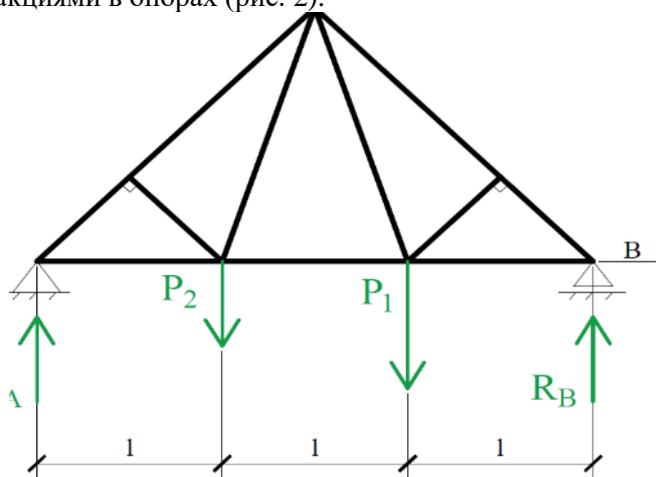


Рис. 2. Расчетная схема к задаче 2
Fig. 2. Problem scheme 2

Для решения первой задачи воспользуемся теорией веревочного многоугольника. Построим диаграмму сил (рис. 3, b). Для этого:

1. Расположим приложенные к балке силы на одной прямой.
2. Произвольно примем положение полюса O.
3. Построим полюсные лучи – прямые, соединяющие полюс O с крайними точками векторов приложенных сил.

Далее получим веревочный многоугольник (рис. 3, a). Для этого:

1. Из произвольной точки на линии действия крайней левой реакции (R_A) проведем прямую, параллельную полюсному лучу через точку начала вектора силы P_1 . Аналогичное действие проделаем с остальными лучами.

2. Замкнем многоугольник, соединив крайнюю левую (на линии действия R_A) и крайнюю правую (на линии действия R_B) образовавшиеся точки.

3. Полученную прямую перенесем на диаграмму сил, проведя ее через полюс O .

4. Получим точку пересечения прямой с вектором суммы реакций, т.е. начало вектора R_B и конец вектора R_A и, как следствие, их величины в масштабе.

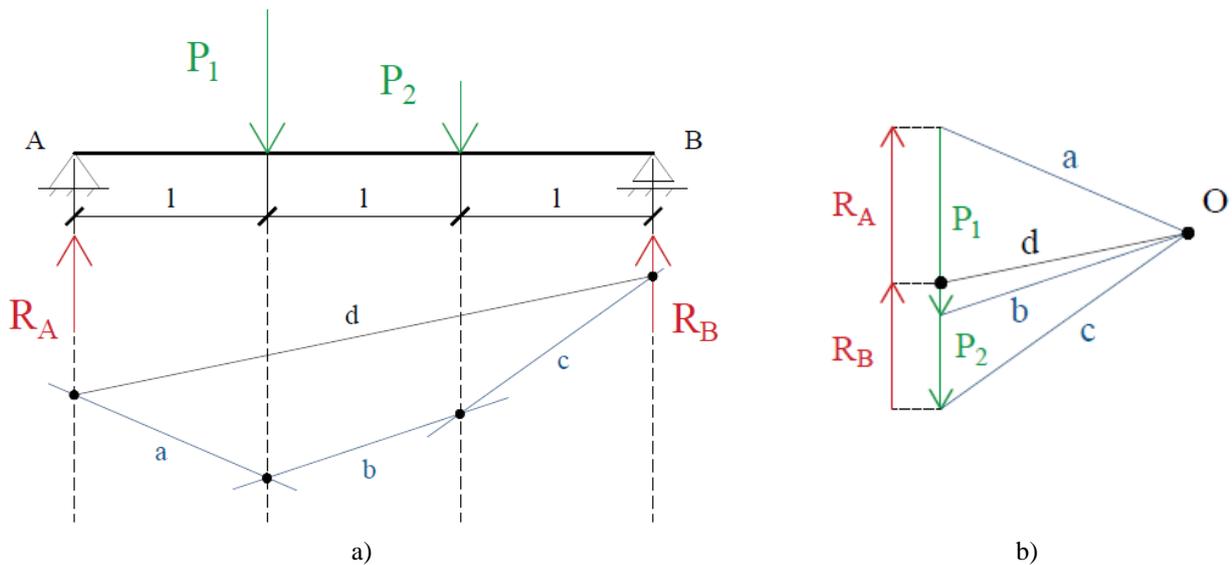


Рис. 3. Нахождение опорных реакций в балке методом веревочного многоугольника: а – расчетная схема и многоугольник сил; б – диаграмма сил

Fig. 3. Support reactions calculation using Varignon parallelogram: a – form diagram; b – force diagram

Для решения второй задачи используем метод нахождения усилий в элементах ферм Максвелла-Кремоны, для чего на базе многоугольника внешних сил построим силовые многоугольники для каждого узла фермы. При этом выбор узлов осуществим таким образом, чтобы в каждом последующем узле было не более двух неизвестных усилий и не менее одного известного. Длины полученных на диаграмме отрезков – значения усилий в элементах в масштабе (рис. 4).

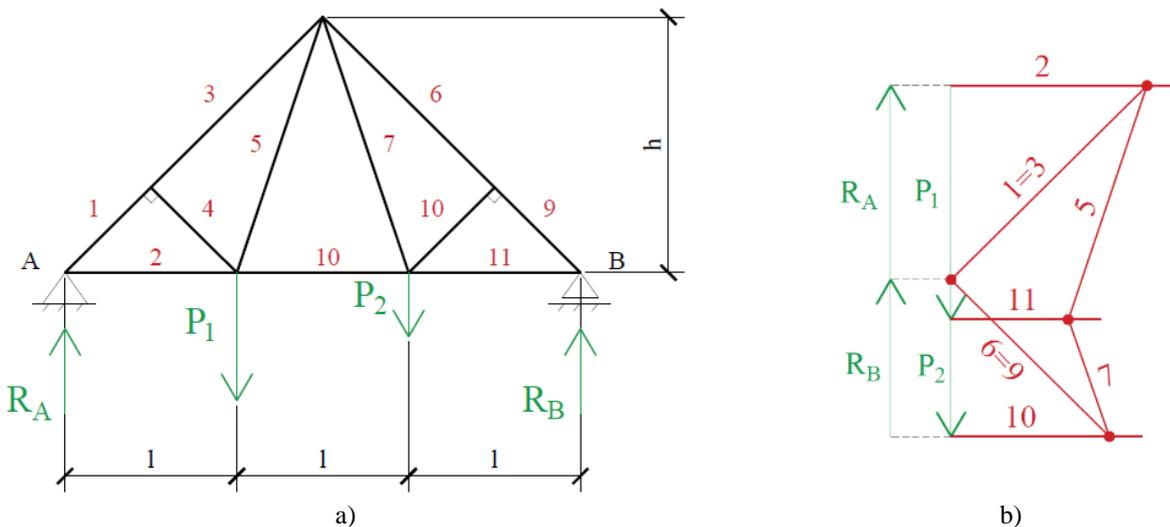


Рис. 4. Нахождение усилий в элементах треугольной фермы Полонсо методом Максвелла-Кремоны: а – расчетная схема; б – диаграмма Максвелла-Кремоны

Fig. 4. Truss forces calculation using Cremona-Maxwell method: a – problem scheme; b – Cremona-Maxwell diagram

Для решения обеих задач были получены силовые многоугольники и диаграммы сил, динамически связанные с расчетными схемами, в процессе чего были использованы следующие базовые компоненты Grasshopper: Vector 2Pt (вектор по двум точкам), Line SDL (линия по начальной точке и вектору), Line (линия по начальной и конечной точке), Move (перемещение геометрии по заданному вектору), Line | Line (нахождение точки пересечения геометрий), End Points (возвращение координат начальной и конечной точки геометрии), Length (возвращение длины геометрии).

РЕЗУЛЬТАТЫ

Созданный для первой задачи скрипт позволяет изменять величину, место и угол приложения сосредоточенных сил, получая при этом моментальный пересчет опорных реакций (рис. 5).

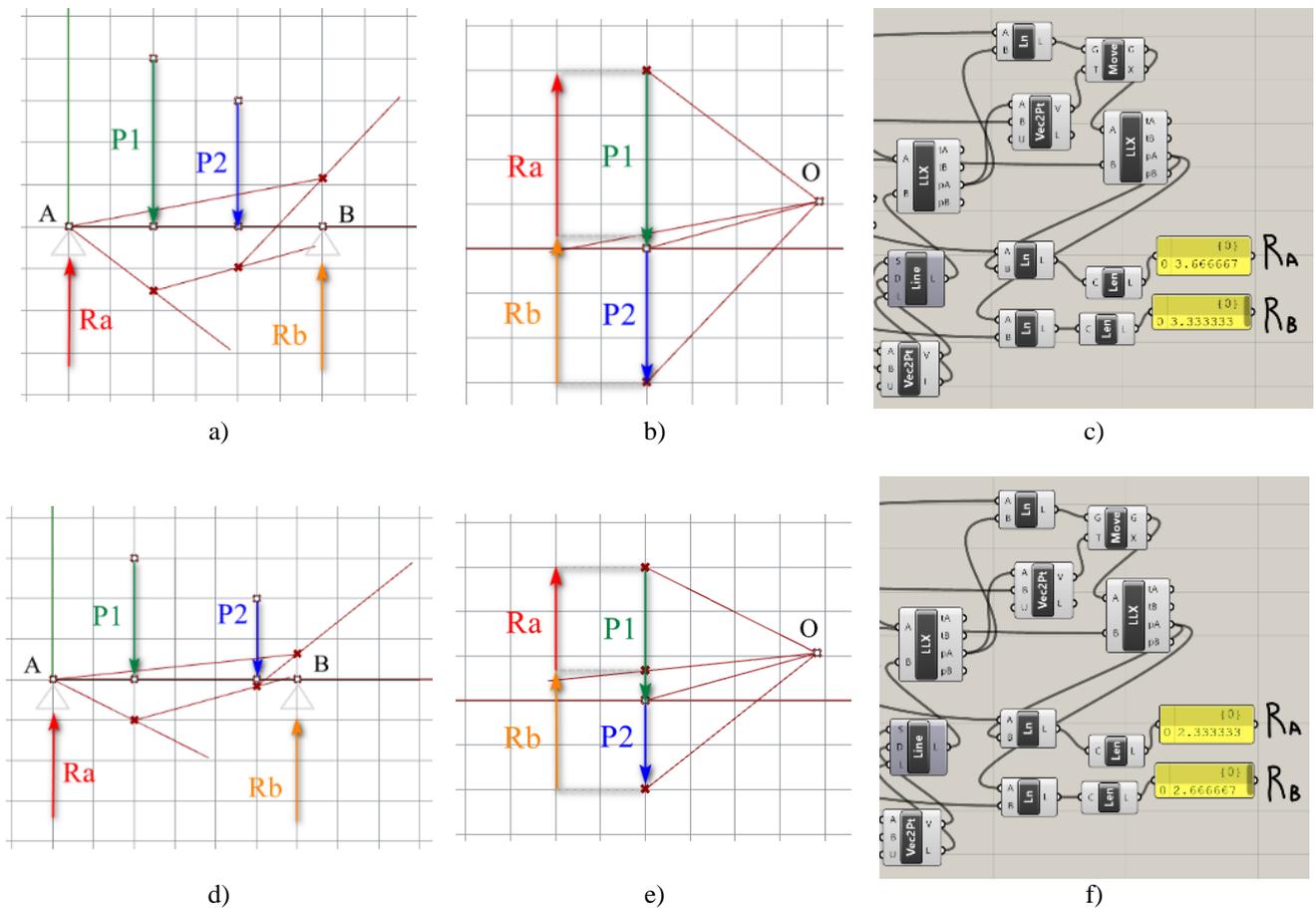


Рис. 5. Иллюстрация работы скрипта для первой задачи: a, d – расчетная схема и многоугольник сил; b, e – диаграмма сил; c, f – фрагмент скрипта

Fig. 5. Use of the first problem script: a, d – form diagram; b, e – force diagram; c, f – script part

Скрипт для второй задачи реализует метод Максвелла-Кремоны и также позволяет получать динамические изменения в значениях усилий элементов фермы при редактировании амплитуд сил. Помимо этого, возможно изменение геометрии фермы (рис. 6).

ОБСУЖДЕНИЕ

Для оценки корректности работы скрипта второй задачи была осуществлена проверка нескольких решений с помощью метода конечных элементов в ПК SCAD. Получена крайне высокая сходимость значений, что свидетельствует о корректности реализованного метода (рис. 7).

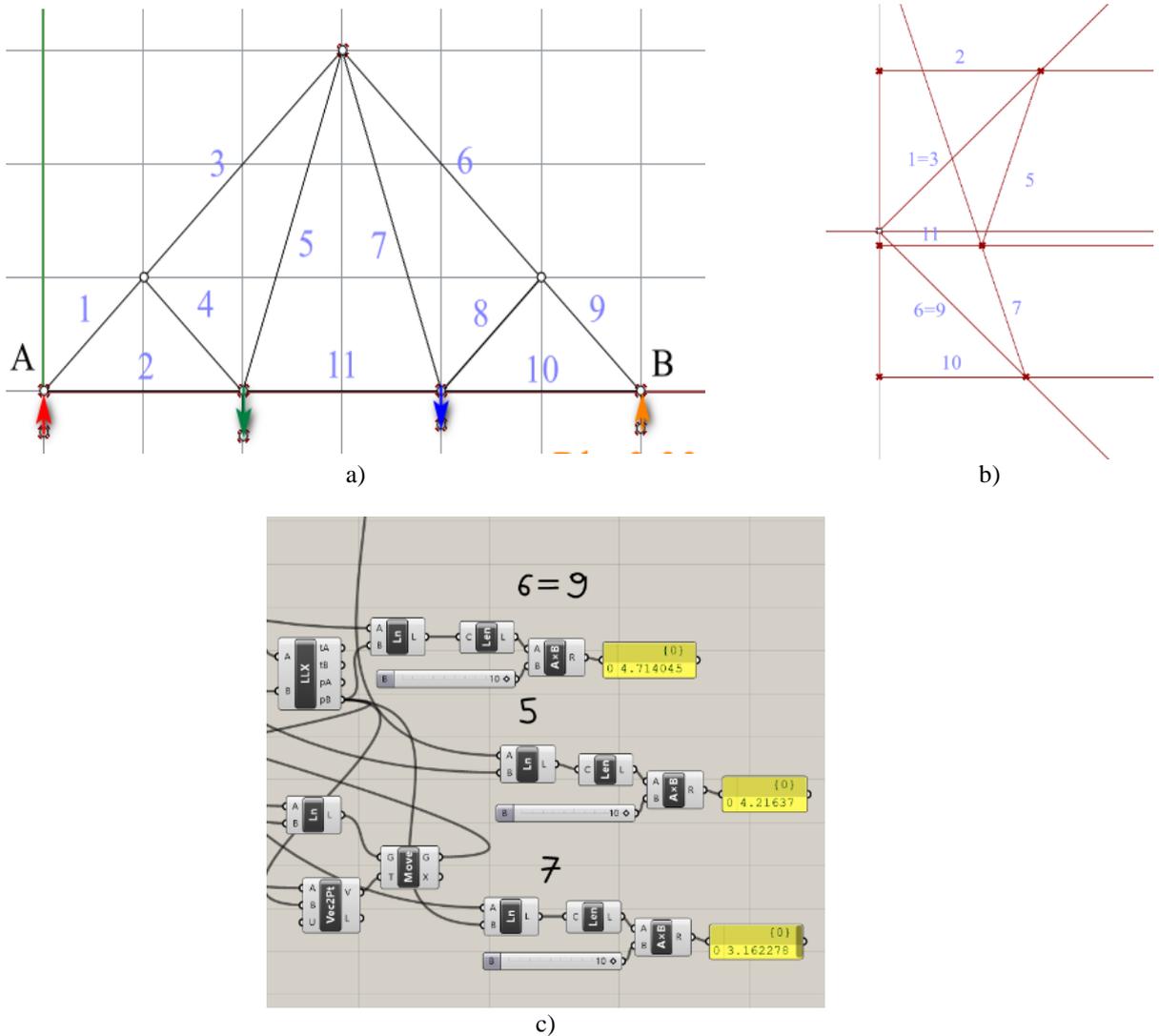


Рис. 6. Иллюстрация работы скрипта для второй задачи: а – расчетная схема; б – диаграмма сил; с – фрагмент скрипта

Fig. 6. Use of the second problem script: a – form diagram; b – force diagram; c – script part

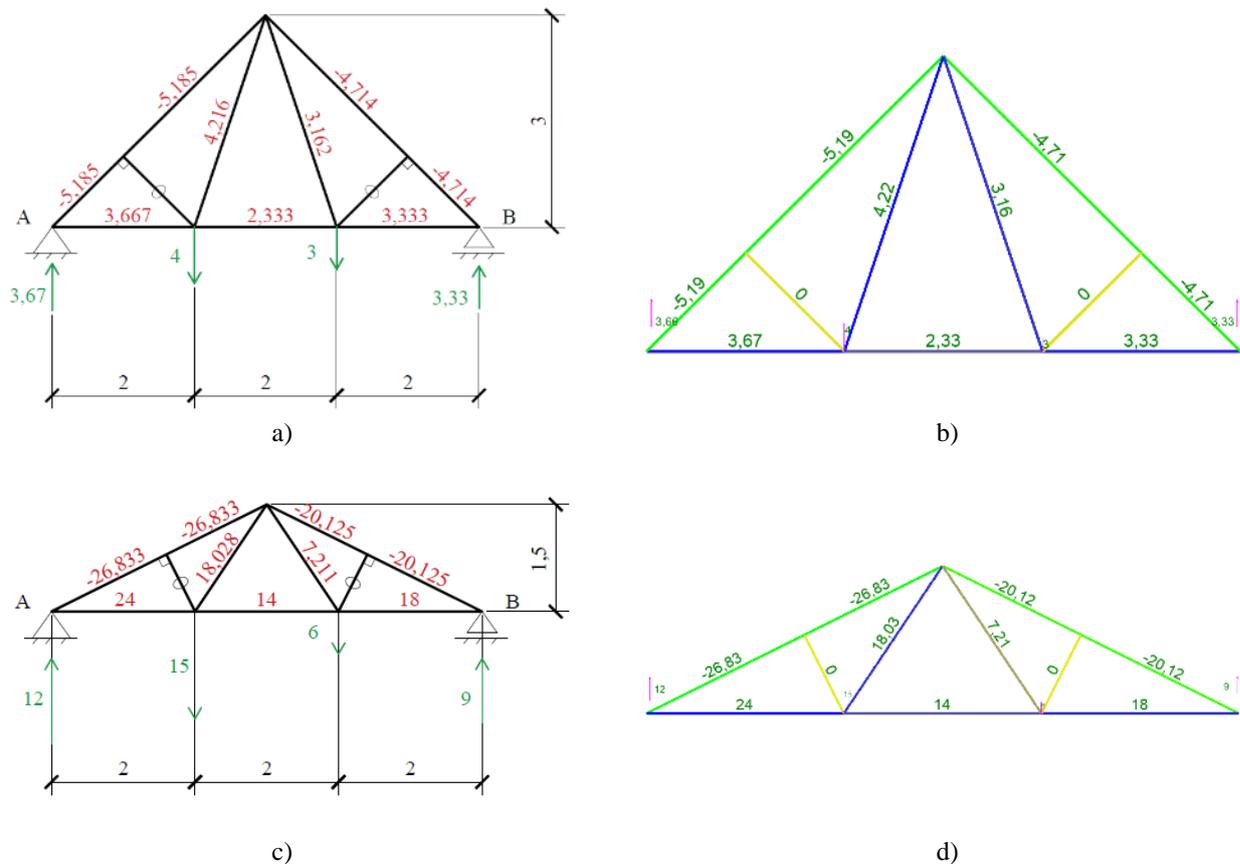


Рис. 7. Усилия в элементах фермы: а, с – полученные с помощью скрипта; b, d – полученные конечно-элементным расчетом в ПК SCAD

Fig. 7. Truss forces obtained by: a, c – script; b, d – finite element method using SCAD software

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках исследования были решены две плоские задачи статики, для каждой из которых были созданы скрипты в среде визуального программирования Grasshopper с визуальным представлением в ПО Rhinoceros 3D. Корректность работы рассмотренных графических методов расчета и созданных скриптов подтверждается проверкой результатов методом конечных элементов.

Подобное решение задач методами графической статики с помощью CAD-систем позволило устранить главный их недостаток – неточность, которая имеет место при ручном черчении. Кроме этого, связи, установленные между расчетной схемой и диаграммой сил, позволяют динамически изменять некоторые параметры исходной задачи, при этом моментально получая для анализа обновленные значения искомых усилий или реакций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мисюрев М. А. Методика решения задач по теоретической механике. Учебное пособие. М.: Высшая школа, 1963. 307 с.
2. Лауэнштейн Р. Графическая статика: элементарное руководство для технических учебных заведений и для практических занятий. Санкт-Петербург: Изд. книгопродавца И. И. Базлова, 1902. 291 с.
3. Константинов И. А., Лалин В. В., Лалина И. И. Строительная механика. Учебник. М.: Проспект, 2022. 432 с.
4. Голушкевич С. С. Плоская задача теории предельного равновесия сыпучей среды. М.: Гостехиздат, 1948. 148 с.
5. Голушкевич С. С. Статика предельных состояний грунтовых масс. М.: Гостехиздат, 1957. 288 с.
6. Кирпичев В. Л. Основания графической статики: учебное пособие для вузов. М.: Гостехиздат, 1933. 227 с.
7. Zanni G., Pennock G. R. A unified graphical approach to the static analysis of axially loaded structures // Mechanism and Machine Theory. 2009. № 44(12). P. 2187-2203.

8. Mele V., Lachauer L., Rippmann M., Block P. Geometry based understanding of structures // Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures. 2012. №53 (174). P. 285-295.
9. Beghini L.L., Carrion J., Beghini A., et al. Structural optimization using graphic statics // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2014. № 49(3). P. 351-366.
10. Rippmann M., Lachauer L., Block P. Interactive Vault Design // International Journal of Space Structures. 2012. №27(4). P. 219-230.
11. Hablecsek M., Akbarzadeh M., Guoa Y. Algebraic 3D graphic statics: Reciprocal constructions // Computer-Aided Design. 2019. № 108. P. 30-41.
12. Vedad A., Åkesson D. Bi-directional algebraic graphic statics // Computer-Aided Design. 2017. № 93. P. 26-37.
13. Konstantatou M., Mrobie F.A. Graphic statics for optimal trusses & Geometry-based structural optimization // Conference: International Association for Shell and Spatial Structures, Boston, June 2018.
14. Fuhrimann L., Moosavi V., Ohlbrock P.O., et al. Data-Driven Design: Exploring new Structural Forms using Machine Learning and Graphic Statics // Conference: IASS 2018, Boston, July 2018.

ОБ АВТОРАХ

Анастасия Валерьевна Горда – студентка магистратуры. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29. E-mail: gorda.av@edu.spbstu.ru

Владимир Александрович Рыбаков – к.т.н., доцент Высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29. E-mail: fishermanoff@mail.ru

ABOUT THE AUTHORS

Anastasia V. Gorda – Master's student. Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (SPbPU). 195251, Russia, St.Petersburg, Polytechnicheskaya st., 29. E-mail: gorda.av@edu.spbstu.ru

Vladimir A. Rybakov – Associate Professor of the Higher School of Civil Engineering. Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (SPbPU). 195251, Russia, St.Petersburg, Polytechnicheskaya st., 29. E-mail: fishermanoff@mail.ru.