

№2 (17)  
**2024**

# Инженерные --- ИССЛЕДОВАНИЯ

ISSN 2782-5582

## СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ ЗАПИСЕЙ КОЛЕБАНИЙ СООРУЖЕНИЙ, ВЫЗВАННЫХ ПРОВЕДЕНИЕМ БУРОВЗРЫВНЫХ РАБОТ <b>П.А. Тяпкина, А.В. Яваров, А.В. Федосеев</b> .....	3-12
ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗМЕРА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В МОДЕЛИРОВАНИИ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕЗЕРВУАРОВ С МЕМБРАННЫМ ПОКРЫТИЕМ В ПК ЛИРА-САПР <b>Д.И. Мех, И.В. Роменский, А.Н. Миронов</b> .....	13-21
СОВМЕСТНАЯ РАБОТА СТАЛЬНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ПРОФИЛЕЙ И ЛЕГКОГО БЕТОНА В КОНСТРУКЦИИ ПЕРЕКРЫТИЯ <b>В.А. Рыбаков, С.Н. Дружинина</b> .....	22-27
НАХОЖДЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ГЛУБИНЫ ЗАЛОЖЕНИЯ ФУНДАМЕНТА, ОПРЕДЕЛЯЕМОГО НАЛИЧИЕМ СЦЕПЛЕНИЯ ГРУНТА, ДЛЯ РАСЧЕТА НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОСНОВАНИЯ <b>А.В. Яваров, С.Н. Шаповалова</b> .....	28-35
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ОГРАЖДАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЯХ ЗДАНИЙ, СООРУЖЕНИЙ, ИНЖЕНЕРНЫХ И ТЕПЛОВЫХ СЕТЯХ <b>Р.А. Садыков, Э.Ю. Абдуллазянов, Л.С. Сабитов, А.К. Мухаметзянова</b> .....	36-41

## CONTENTS

PRIMARY PROCESSING OF INSTRUMENT RECORDS OF VIBRATIONS IN STRUCTURES CAUSED BY DRILLING AND BLASTING OPERATIONS <b>P.A. Tyapkina, A.V. Yavarov, A.V. Fedoseev</b> .....	3-12
OPTIMIZATION OF THE SIZE OF FINITE ELEMENTS IN MODELING VERTICAL CYLINDRICAL TANKS WITH MEMBRANE COATING IN LIRA-SAPR SOFTWARE <b>D.I. Mekh, I.V. Romensky, A.N. Mironov</b> .....	13-21
THE COLLABORATION OF THIN-WALLED STEEL PROFILES AND LIGHT CONCRETE IN THE FLOOR STRUCTURE <b>V.A. Rybakov, S.N. Druzhinina</b> .....	22-27
DETERMINING THE DEPTH FACTOR FOR BEARING CAPACITY OF SHALLOW FOUNDATIONS AS DEFINED BY SOIL COHESION <b>A.V. Yavarov, S.N. Shapovalova</b> .....	28-35
MATHEMATICAL MODELING OF THE TRANSFER PROCESSES IN THE ENCLOSING STRUCTURES OF BUILDINGS, CONSTRUCTIONS, THERMAL AND ENGINEERING NETWORKS <b>R.A. Sadykov, E.Y. Abdullazyanov, L.S. Sabitov, A.K. Mukhametzyanova</b> .....	36-41

УДК 624.042.7

## ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ ЗАПИСЕЙ КОЛЕБАНИЙ СООРУЖЕНИЙ, ВЫЗВАННЫХ ПРОВЕДЕНИЕМ БУРОВЗРЫВНЫХ РАБОТ

П.А. Тяпкина<sup>1,2</sup>, А.В. Яваров<sup>1,2</sup>, А.В. Федосеев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
г. Санкт-Петербург (Российская Федерация)

<sup>2</sup> ООО «Институт Гипроникель», г. Санкт-Петербург (Российская Федерация)

**Аннотация.** Здания и сооружения, находящиеся в зоне влияния буровзрывных работ, подвержены особому виду кинематического воздействия – сейсмическому эффекту взрывов. С точки зрения классификации воздействий оно занимает промежуточное положение между землетрясениями и импульсной нагрузкой. В настоящей работе при проведении прямого динамического расчета, реализованного во многих конечно-элементных комплексах, предлагается использовать сейсмограммы реальных событий. При этом инструментальные записи колебаний следует подвергать особой процедуре обработки, поскольку применение стандартных модулей программ SCAD Office и ЛИРА 10 не позволяет получить корректные сейсмограммы из инструментальных акселерограмм. В статье представлена апробация подхода по обработке инструментальных записей колебаний, вызванных воздействием буровзрывных работ, в разработанном авторами программном комплексе SeismoBlast. Описано проведение следующих процедур обработки сигналов: построение амплитудно-частотной характеристики, фильтрация с учетом рабочего диапазона записывающего оборудования, исключение трендов, построение велосиagramмы и сейсмограммы.

**Ключевые слова:** буровзрывные работы, кинематическое воздействие, инструментальная акселерограмма, обработка сейсмических сигналов, полосовая фильтрация, амплитудно-частотный спектр, построение сейсмограммы, прямой динамический расчет.

**Ссылка для цитирования:** Тяпкина П.А., Яваров А.В., Федосеев А.В. Первичная обработка инструментальных записей колебаний сооружений, вызванных проведением буровзрывных работ // Инженерные исследования. 2024. №2(17). С. 3-12. EDN: BVEOKJ

## PRIMARY PROCESSING OF INSTRUMENT RECORDS OF VIBRATIONS IN STRUCTURES CAUSED BY DRILLING AND BLASTING OPERATIONS

P.A. Tyapkina<sup>1,2</sup>, A.V. Yavarov<sup>1,2</sup>, A.V. Fedoseev<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, St.Petersburg (Russian Federation)

<sup>2</sup> LLC Gipronickel Institute, St.Petersburg (Russian Federation)

**Abstract.** Buildings and structures located in areas exposed to impact of drill-and-blast operations are subject to a specific kinematic phenomenon - seismic effect of explosions. In terms of impact classification, it occupies a position between earthquakes and impulse loads. In the present work, it is proposed to use seismograms of real events when carrying out direct dynamic calculation, realized in many finite element complexes. In doing so, however, instrument vibration records are being put through a special processing, since standard modules of SCAD Office and LIRA 10 do not produce correct seismograms from instrumental accelerograms. The paper presents an attempt to process instrument vibration records associated with drilling and blasting in a software complex SeismoBlast developed by the authors. The following signal processing procedures are described: construction of an amplitude-frequency characteristic, filtration taking into account a working range of recording equipment, elimination of trends, as well as construction of a velocigram and a seismogram.

**Keywords:** drilling and blasting operations, kinematic impact, instrumental acceleration signal, seismic signal processing, bandpass filtering, response spectrum, seismogram, direct integration method.

**For citation:** Tyapkina P.A., Yavarov A.V., Fedoseev A.V. Primary processing of instrument records of vibrations in structures caused by drilling and blasting operations // Inzhenernyye issledovaniya [Engineering Research]. 2024. No.2(17). Pp. 3-12. EDN: BVEOKJ

## ВВЕДЕНИЕ

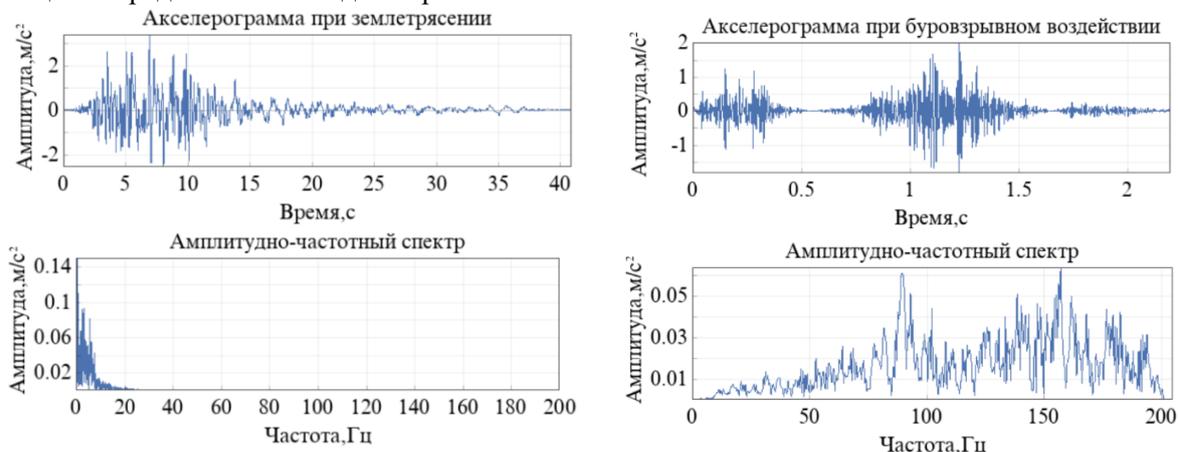
Близость расположения горных предприятий разных типов и вспомогательных производств к рудникам, на которых ведутся буровзрывные работы, приводит к попаданию в опасную зону взрывных работ важных промышленных и гражданских объектов. Быстро протекающее изменение состояния взрывчатого вещества при инициировании заряда сопровождается стремительным выделением энергии. Значительная ее часть расходуется на разрушение массива пород, меньшая доля переходит на некотором расстоянии от очага в упругие волны. По сравнению с сейсмическим (кинематическим) действием взрывов воздушная ударная волна в большинстве случаев незначительно влияет на напряжения в конструкциях сооружений.

В мировой практике взрывных работ основной характеристикой оценки сейсмического воздействия взрывной волны, способной вызвать повреждение инженерных сооружений, является скорость колебаний массива грунта в их основании. Данный параметр служит критерием сейсмической безопасности для различных охраняемых объектов (зданий, сооружений, массивов горных пород, откосов, оборудования и пр.), поскольку скорость колебаний лучше, чем перемещения или ускорения, коррелирует с данными наблюдений за образованием дефектов в конструкциях [1]. Указанный подход не учитывает характерный для конкретной местности и параметров массовых взрывов амплитудно-частотный состав сейсмического воздействия, прочностные и жесткостные характеристики зданий и сооружений, а также характер и расположение дефектов строительных конструкций.

Следовательно, для более точной оценки влияния техногенного сейсмического воздействия на охраняемые объекты для каждого отдельного случая требуется специальное обоснование. Сейсмомониторинг, в рамках которого производится оценка безопасности охраняемых объектов, состоит из нескольких этапов: запись сейсмических эффектов массовых взрывов в основаниях сооружений; обработка записей; проведение прямого динамического расчета охраняемого здания с использованием полученных сигналов; оценка несущей способности конструкций [2].

Расчет на действие сейсмических сил регламентируется нормативными документами (СП 14.13330.2018 «Строительство в сейсмических районах», НП-031-01 «Нормы проектирования сейсмостойких атомных станций») и основан на применении линейно-спектральной теории [3]. Расчетные спектры ускорений, сформированные при статистической обработке ряда спектров реакций различных землетрясений, отражают резонансный характер реакции системы на возмущение.

Согласно указанной выше нормативной документации, объекты повышенного уровня ответственности и сложной конфигурации конструктивных решений следует подвергать расчетам с использованием инструментальных записей землетрясений или синтезированных акселерограмм. В контексте оценки влияния взрывных работ на здания и сооружения дополнительным основанием для применения прямого динамического расчета служит малая продолжительность кинематического воздействия, вызванного действием массового взрыва, в сравнении с длительностью землетрясения (рис. 1). В качестве примера использована запись землетрясения в Кобе (Япония, 1995 г.) из базы данных программного комплекса (далее – ПК) SeismoSignal. Спектры построены в ПК SeismoBlast, разрабатываемом авторами публикации и предназначенном для обработки записей сейсмических колебаний.



**Рис. 1.** Сравнение длительностей и амплитудно-частотных составов землетрясения в Кобе и буровзрывного воздействия, записанного в горной выработке (ПК SeismoBlast)

**Fig. 1.** Comparison of duration and response spectrum of the Kobe earthquake and drill-and-blast impact recorded in mining excavation (SeismoBlast)

Резонансный режим работы конструкций при непродолжительном кинематическом воздействии может быть не достигнут, поскольку взрывное воздействие является промежуточным по длительности между землетрясением и импульсным воздействием. Кроме того, амплитудно-частотный состав землетрясения и кинематического воздействия массовых взрывов значительно отличается: буровзрывное воздействие является высокочастотным относительно землетрясения (рис. 1).

Следовательно, инструментальные записи колебаний, вызванных массовыми взрывами, наиболее полно отражают воздействие взрывных работ на здания и сооружения [4]. Для проведения расчета сооружений на действие кинематического воздействия и получения достоверной информации о сейсмостойкости объекта можно применить одну из следующих методик [5]:

- А) Использование пакета записей воздействий;
- Б) Замена реального воздействия синтезированным сигналом.

Моделирование сейсмического воздействия по любой из представленных выше методик включает в себя формирование набора акселерограмм или сейсмограмм воздействий, характерных для локации здания и представительных в контексте частотного состава [6]. При этом в связи со свойствами измерительной аппаратуры в большинстве записанных сигналов содержится шум в низкочастотной области спектра, а также смещение и поворот нулевой линии акселерограмм. Для получения достоверной картины перемещений элементов сооружения используемые записи должны быть откорректированы.

В отечественной нормативной документации и литературе, касающейся сейсмических воздействий, обработки сигналов, сейсмомониторинга и сейсмологии, не содержится рекомендаций по обработке инструментальных записей, предназначенных для использования в расчетах зданий и сооружений.

Поскольку для моделирования кинематического воздействия в программных расчетных комплексах используются, как правило, сейсмограммы, получаемые двойным интегрированием из инструментальных акселерограмм, даже небольшие ошибки, образующиеся в связи со свойствами измерительного оборудования, могут значительно исказить картину перемещений.

В предыдущей публикации авторов [7] была обоснована неприменимость программных комплексов (далее – ПК) SCAD Office и ЛИРА 10 для обработки инструментальных акселерограмм и получения сейсмограмм кинематических воздействий буровзрывных работ.

Таким образом, целью данного исследования является разработка и апробация комплексного подхода по обработке инструментальных записей колебаний, вызванных воздействием буровзрывных работ.

Задачи исследования включают:

1. Формулирование порядка обработки записи сейсмического сигнала для подготовки его к использованию в динамическом расчете;
2. Разработку и верификацию алгоритмов:
  - 2.1. построения амплитудно-частотного спектра сигнала;
  - 2.2. полосовой фильтрации сигнала;
  - 2.3. выделения и удаления тренда сигнала;
  - 2.4. интегрирования сигнала;
3. Получение сейсмограммы, пригодной для динамического расчета, из инструментальной акселерограммы кинематического воздействия буровзрывных работ.

#### ПОРЯДОК ОБРАБОТКИ ЗАПИСЕЙ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

В качестве корректной сейсмограммы будем считать сигнал, описанный в работах выдающихся ученых: М.А. Садовского и С.В. Медведева, исследовавших физику горных взрывов и их влияние на сооружения. Колебательный процесс, которому подвергается основание сооружения вдали от зон разрушения и трещинообразования при массовых взрывах, происходит относительно положение равновесия, как показано на рис. 2 [8, 9].

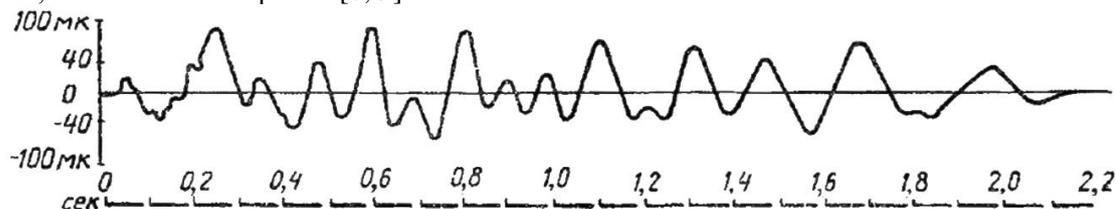


Рис. 2. Сейсмограмма горизонтальных колебаний при кинематическом действии взрыва в дальней зоне действия взрывных работ

Fig. 2. Seismogram of horizontal oscillations at kinematic action of explosion at long-range blast impact zone

Первым этапом корректировки акселерограммы является фильтрация, которую необходимо проводить по двум причинам: ограничение спектра записанного сигнала в соответствии с рабочим диапазоном оборудования и исключение шумов, заключенных в высокочастотной области спектра.

Поскольку воздействия, вызываемые буровзрывными работами и землетрясениями, отличаются как по длительности, так и по амплитудно-частотному составу (рис. 1), принятые в сейсмологической практике параметры обработки записей требуют соответствующей адаптации. В отличие от относительно низкочастотного сейсмического воздействия землетрясения, рассматриваемый диапазон частот которого, как правило, ограничивают сверху величиной в 33 Гц [10, 11], кинематическое воздействие от взрывных работ в большинстве случаев является высокочастотным [12, 13]. Практический интерес представляет определение верхней частоты фильтрации, ограничивающей количество случайных сейсмических шумов, но не исключающей «полезную» составляющую сигнала: при расчете зданий и сооружений требуется учитывать высокочастотную область спектра, поскольку указанные колебания обладают энергией, влияющей на развитие усилий в конструкциях и циклической усталости [14-16].

Следующим этапом обработки записей, характеризующих колебания в дальней зоне действия взрывных работ, является выполнение следующих условий (1):

$$\begin{aligned} z(0) = 0, \quad \dot{z}(0) = 0, \quad \ddot{z}(0) = 0, \\ z(T) = 0, \quad \dot{z}(T) = 0, \quad \ddot{z}(T) = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

В формулах выше  $z(t)$  – перемещение,  $\dot{z}(t)$  – скорость,  $\ddot{z}(t)$  – ускорение,  $T$  – длительность кинематического воздействия. В общем случае перемещения в конце действия нагрузки  $z(t)$  могут быть не равны нулю. Проведение буровзрывных работ может инициировать смещения горных пород, слагающих борта и уступы карьера, что вызовет перемещения значительной окружающей территории. При этом скорости и ускорения в момент окончания воздействия должны быть равны 0. В целом, заключение о жестких смещениях, не характерных для рассматриваемых записей, следует делать только после проведения комплексной обработки сигналов.

Заключительным этапом преобразования инструментальной записи в пригодную для расчета сейсмограмму является исключение тренда. В обработке сигналов под трендом обычно понимают нарушающую стационарность процесса негармоническую компоненту, представленную линейной, квадратичной или кубической функцией. При записи колебаний в связи с техническими особенностями используемой аппаратуры происходит искажение сигналов, в особенности в низкочастотной области, которое может привести к накоплению значительной ошибки при определении перемещений рассчитываемого объекта. На рис. 3 представлены необработанная инструментальная акселерограмма, а также велосиграмма и сейсмограмма, полученные при интегрировании. Как видно, отсутствие обработки исходного сигнала приводит к получению нехарактерных остаточных перемещений.

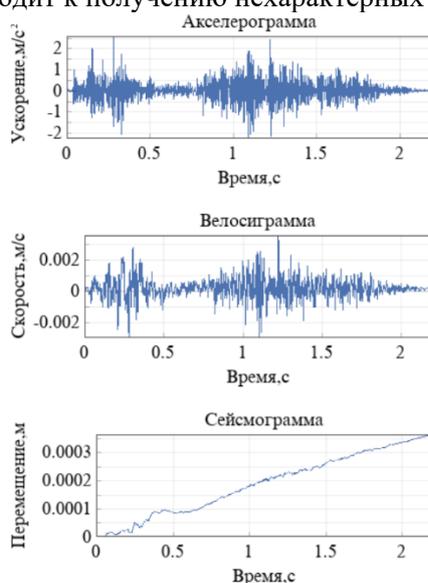


Рис. 3. Инструментальная акселерограмма и полученные интегрированием велосиграмма и сейсмограмма при отсутствии обработки (ПК SeismoBlast)

Fig. 3. Acceleration record, velocity and displacement graphs obtained by integration in the absence of processing (SeismoBlast)

### АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИГНАЛОВ

В ПК SeismoBlast, разработанном на языке Python, вычисление амплитудно-частотного спектра проводится с помощью быстрого преобразования Фурье [17]. Для проведения верификации данного алгоритма рассматривается линейная комбинация гармонических сигналов (2):

$$X = 1 \cdot \sin(2 \cdot 2\pi \cdot t) + 0,2 \cdot \cos(10 \cdot 2\pi \cdot t) + 0,7 \cdot \sin(15 \cdot 2\pi \cdot t) \quad (2)$$

Результаты, изображенные на рис. 4, демонстрируют, что приведенные на спектре амплитуды и частоты гармоник сигнала соответствуют характеристикам, заданным аналитически.

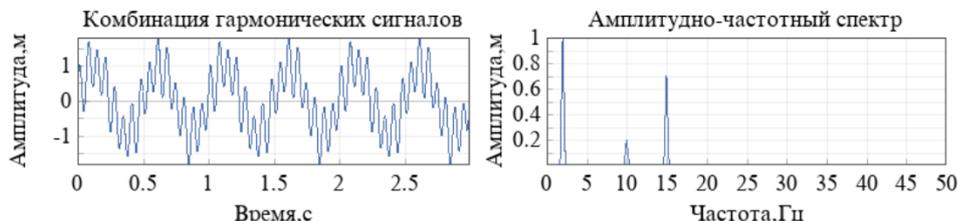


Рис. 4. Комбинация гармонических сигналов и амплитудно-частотный спектр (ПК SeismoBlast)  
Fig. 4. Combination of harmonic signals and response spectrum (SeismoBlast)

На рис. 5 с целью верификации представлено сравнение амплитудно-частотных характеристик записанного при землетрясении в Кобе (Япония, 1995 год) сейсмического сигнала, включенного в стандартные библиотеки воздействий. Полученные графики имеют высокую степень совпадения, что указывает на корректность разработанного алгоритма.

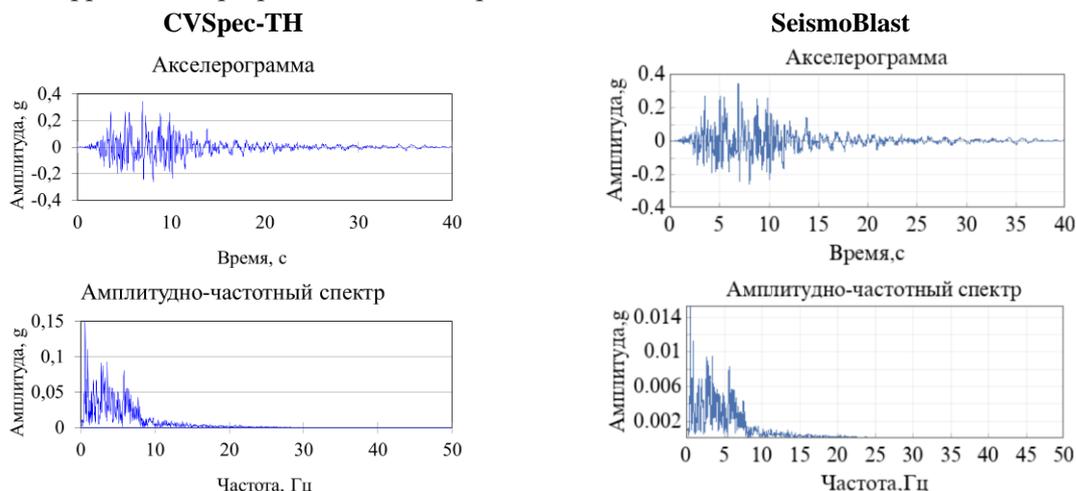


Рис. 5. Амплитудно-частотные спектры сейсмического сигнала при землетрясении в Кобе в ПК CVSpec-TH и SeismoBlast  
Fig. 5. Response spectrums of the seismic signal from the Kobe earthquake in CVSpec-TH and SeismoBlast

### АЛГОРИТМ ФИЛЬТРАЦИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

В практике обработки сигналов фильтрация проводится перемножением спектров исходного сигнала и фильтра в частотной области, поскольку расчет по данному методу затрачивает меньше времени, чем свёртка исходного сигнала с импульсной характеристикой фильтра во временной области.

В ПК SeismoBlast для первичной обработки сигналов реализован трапециевидный полосовой фильтр, общий вид частотной и импульсной характеристик которого приводится на рис. 6.

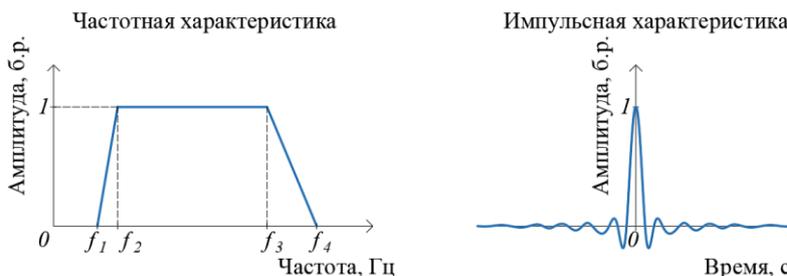


Рис. 6. Общий вид частотной и импульсной характеристик трапециевидного полосового фильтра  
Fig. 6. General view of frequency and impulse characteristics of the trapezoidal bandpass filter

Для проведения верификации была выполнена фильтрация заданного формулой (2) сигнала, с исходным спектром на рис. 4. Частоты пропускания были назначены следующим образом:  $f_1 = 6 \text{ Гц}$ ,  $f_2 = 8 \text{ Гц}$ ,  $f_3 = 18 \text{ Гц}$ ,  $f_4 = 20 \text{ Гц}$ . Спектр отфильтрованного сигнала на рис. 7 подтверждает, что первая составляющая комбинации сигналов (2) действительно была исключена из рассматриваемого сигнала в результате фильтрации, поскольку ее частота в 2 Гц не входила в сформированную полосу пропускания фильтра.

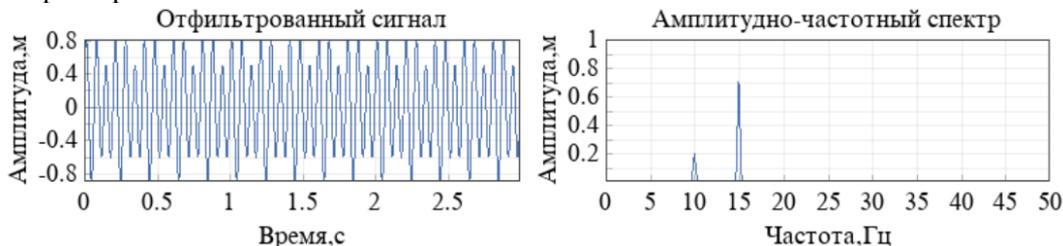


Рис. 7. Комбинация гармонических сигналов и амплитудно-частотный спектр (ПК SeismoBlast)  
 Fig. 7. Combination of harmonic signals and response spectrum (SeismoBlast)

### АЛГОРИТМ ВЫДЕЛЕНИЯ И УДАЛЕНИЯ ТРЕНДА ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ ЗАПИСЕЙ

В ПК SeismoBlast реализовано вычисление линий тренда методом наименьших квадратов. В работу программы внедрено вычисление трендов, описываемых степенными функциями 0-го, 1-го, 2-го и 3-го порядков, поскольку указанные линии тренда чаще подвергаются выделению и удалению в практике обработки сигналов.

Для проведения верификации в качестве точного решения принимается результат вычисления трендов в ПК MS Excel. Результаты, полученные в ПК MS Excel и SeismoBlast и приведенные на рис. 8, имеют высокую степень совпадения. Коэффициенты полиномов, описывающих линейный, квадратичный и кубический тренды, вычисленные в ПК SeismoBlast, совпадают с соответствующими коэффициентами в уравнениях трендов, полученных в ПК MS Excel, что подтверждает правильность работы программы.

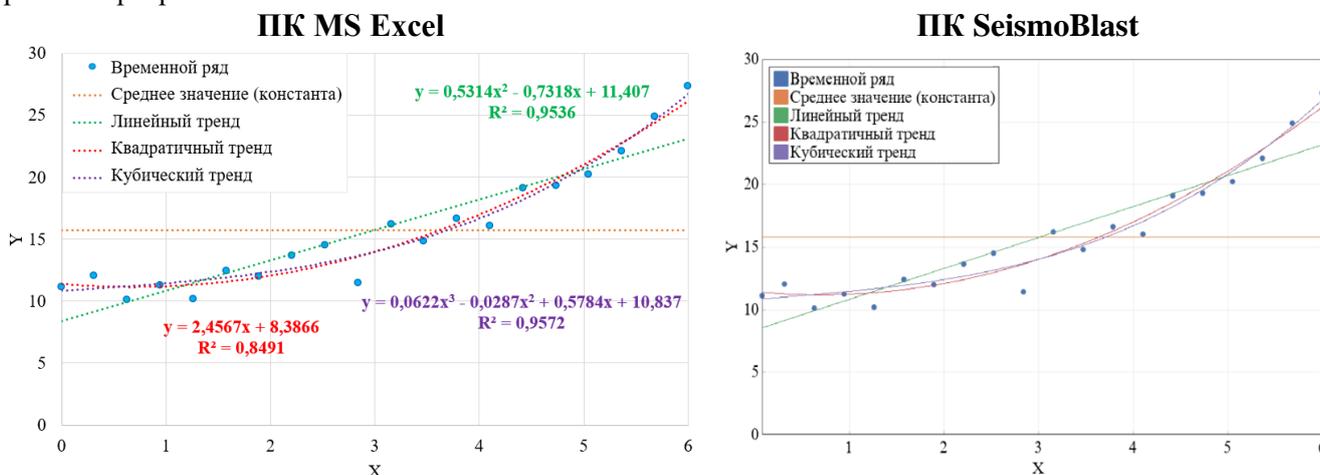


Рис. 8. Графики трендов временного ряда в ПК MS Excel и SeismoBlast  
 Fig. 8. Time series trend graphs in MS Excel and SeismoBlast

### АЛГОРИТМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ СИГНАЛОВ

В ПК SeismoBlast для первичной обработки сигналов реализовано интегрирование дискретных сигналов методом трапеций. Для проведения верификации было выполнено интегрирование акселерограммы (рис. 9 (А)), заданной гармонической функцией (3):

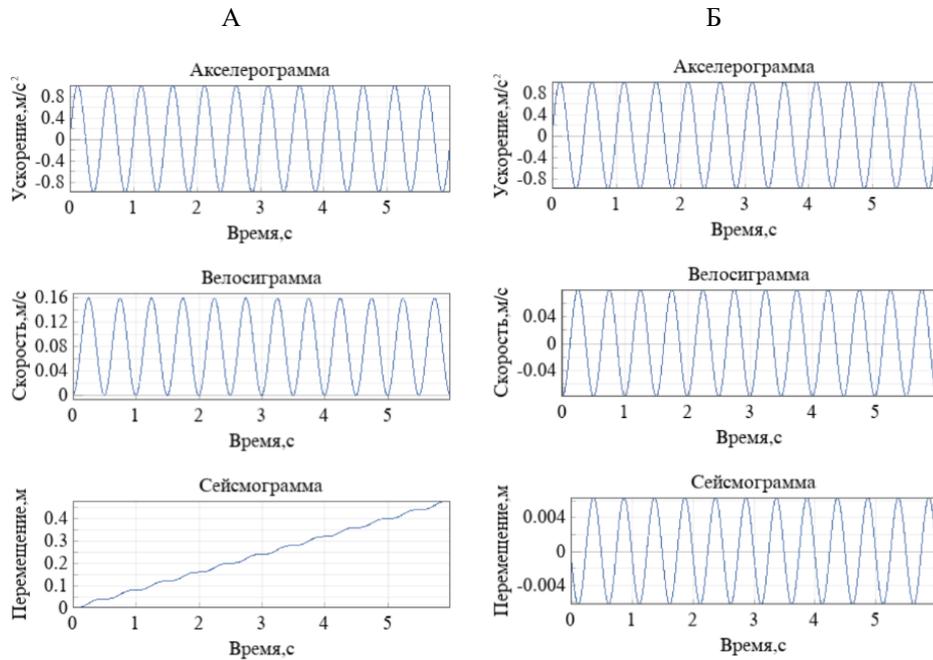
$$A(t) = 1 \cdot \sin(2 \cdot 2\pi \cdot t). \quad (3)$$

Возникновение тренда в виде константы в велосиграмме при интегрировании акселерограммы и тренда в виде константы в сейсмограмме при интегрировании велосиграммы подтверждает корректность работы алгоритма (рис. 9 (Б)).

Амплитуды сигналов, полученные при интегрировании в ПК SeismoBlast, совпадают с величинами, вычисленными аналитически в формулах (4, 5):

$$V(t) = \int A(t)dt = -0.0796 \cdot \cos(2 \cdot 2\pi \cdot t), \quad (4)$$

$$U(t) = \int V(t)dt = -0.0063 \cdot \sin(2 \cdot 2\pi \cdot t). \quad (5)$$



Без исключения тренда.

Исключение тренда:

Акселерограмма – нет;

Велосиграмма – константа;

Сейсмограммa – константа.

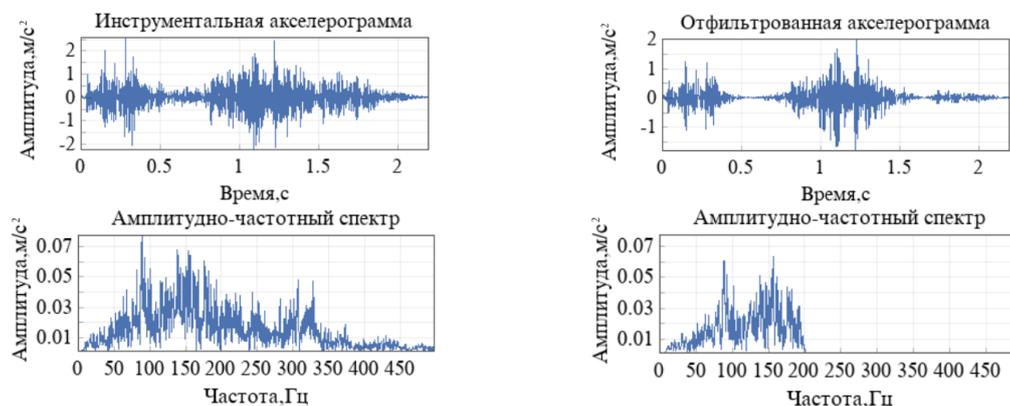
**Рис. 9.** Интегрирование гармонического сигнала (ПК SeismoBlast)

**Fig. 9.** Integration of a harmonic signal (SeismoBlast)

### ПОЛУЧЕНИЕ СЕЙСМОГРАММЫ ДЛЯ ПРЯМОГО ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ИЗ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ АКСЕЛЕРОГРАММЫ

Для примера обработки инструментальной акселерограммы и получения сейсмограммы в статье используется запись кинематического воздействия буровзрывных работ, полученная с помощью цифрового акселерометра ZET 7152-N. Рабочий диапазон оборудования 3 – 200 Гц, шаг дискретизации 1 мс. Установка прибора была выполнена на скальный массив основания вентиляторной в соответствии с ГОСТ Р 52892-2007 «Вибрация и удар. Вибрация зданий...».

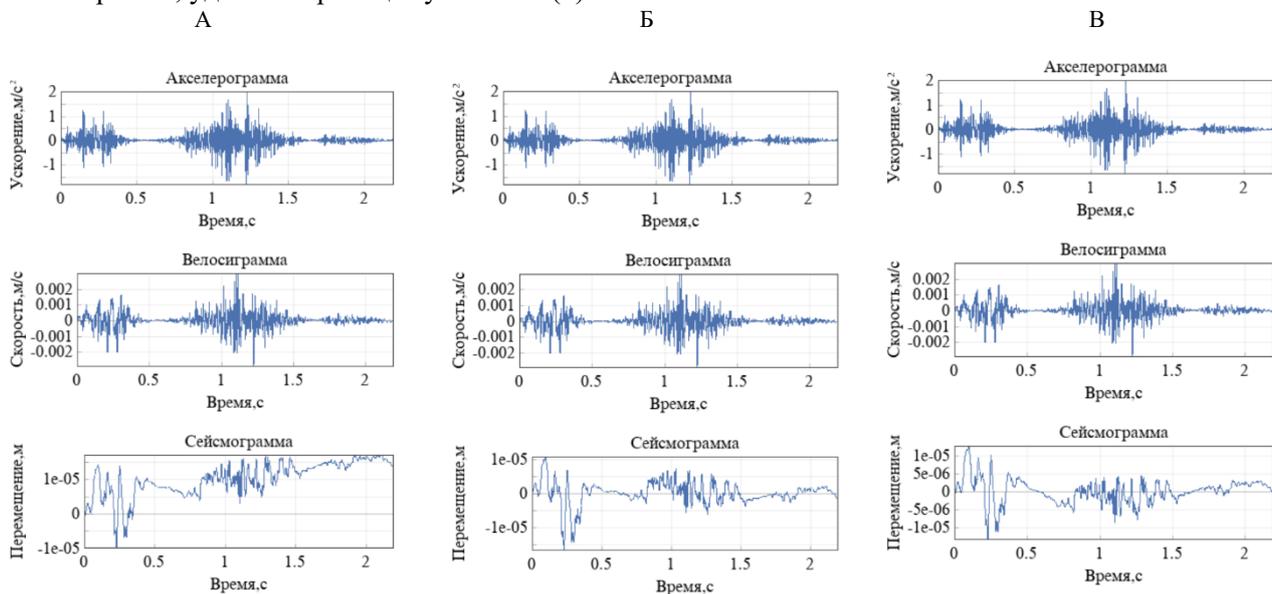
Инструментальная акселерограмма и исходный диапазон записанного воздействия приведены на рис. 10. Фильтрация сигнала выполнена полосовым фильтром с учетом рабочего диапазона прибора, результат представлен на рис. 10.



**Рис. 10.** Инструментальная и отфильтрованная акселерограммы и их спектры (ПК SeismoBlast)

**Fig. 10.** Recorded and filtered accelerograms and response spectrums (SeismoBlast)

Для получения сейсмограммы «В», корректно описывающей техногенное событие, методом подбора были назначены характеристики трендов, исключаемых из акселерограммы, велосигаммы и сейсмограммы (рис. 11). При удалении квадратичного тренда из велосигаммы была получена сейсмограмма, удовлетворяющая условиям (1).



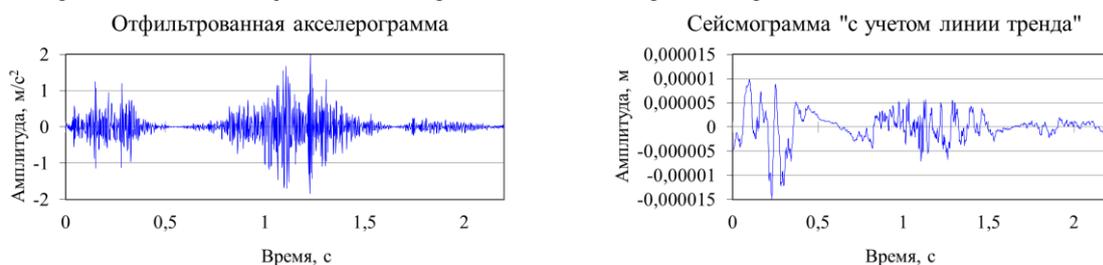
Без исключения тренда.

Исключение тренда:  
 Акселерограмма – кубический;  
 Велосигамма – кубический;  
 Сейсмограмма – кубический.

Исключение тренда:  
 Акселерограмма – нет;  
 Велосигамма – квадратичный;  
 Сейсмограмма – нет.

**Рис. 11.** Интегрирование отфильтрованной акселерограммы при исключении трендов (ПК SeismoBlast)  
**Fig. 11.** Integration of the filtered detrended recorded accelerogram (SeismoBlast)

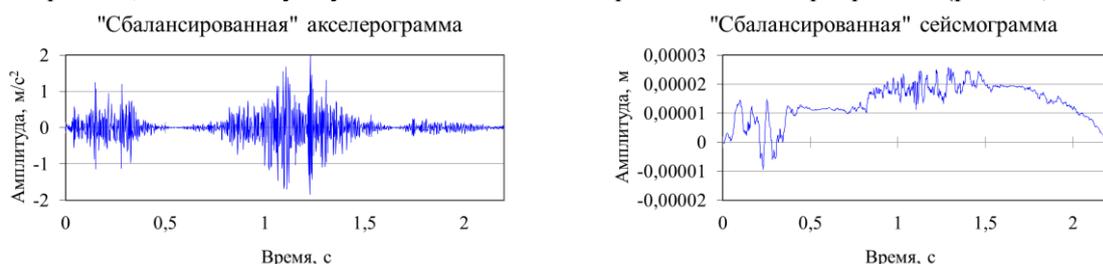
Удаление трендов отфильтрованной акселерограммы было проведено также в ПК SCAD Office и ЛИРА 10. При выделении и удалении трендов в ПК ЛИРА 10 наиболее корректный результат был получен при исключении кубического тренда из сейсмограммы (рис. 12).



**Рис. 12.** Отфильтрованная акселерограмма и сейсмограмма, полученная после исключения из нее кубического тренда (ПК ЛИРА 10)

**Fig. 12.** Filtered accelerogram and seismogram obtained after excluding the cubic trend from it (LIRA 10)

Опытным путем было установлено, что единственная доступная в ПК SCAD Office функция «балансировка», соответствует удалению линейного тренда из акселерограммы (рис. 13).



**Рис. 13.** Акселерограмма и сейсмограмма в ПК SCAD Office после «балансировки»  
**Fig. 13.** Accelerogram and seismogram processed in SCAD Office

### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как видно из сравнения рис. 2 и рис. 13, полученная в ПК SCAD Office сейсмограмма не отображает действительную картину колебательного процесса. Результат, полученный в ПК ЛИРА 10 (рис. 12), качественно схож с сейсмограммами «Б» и «В» на рис. 11. Амплитуда полученной в ПК ЛИРА 10 сейсмограммы в начале и конце сигнала отлична от нуля, что в действительности не наблюдается в дальней зоне влияния буровзрывных работ. Указанный тип ошибки может привести к некорректным результатам при прямом динамическом расчете зданий.

На основании амплитудно-частотной характеристики инструментальной записи буровзрывного воздействия, приведенной на рис. 10, подтверждается, что кинематическое воздействие массовых взрывов обладает значительной энергией в высокочастотной области спектра. Применение полосовой фильтрации ослабило шумовую компоненту сигнала, которая могла приводить к накоплению ошибок при интегрировании.

При исключении квадратичного тренда из велосиграммы получена сейсмограмма, подходящая для проведения прямого динамического расчета: сейсмограмма «В» на рис.11 описывает колебание, сосредоточенное около нулевой линии. В то же время указанная сейсмограмма «В» не соответствует в полной мере записи колебаний на рис.2.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследования была установлена последовательность обработки сигналов колебаний, включающая построение амплитудно-частотной характеристики, фильтрацию с учетом рабочего диапазона измерительного оборудования, интегрирование сигналов и исключение тренда из акселерограмм, велосиграмм и сейсмограмм.

Внедрение процедуры исключения тренда из велосиграммы и масштабирования амплитуды перед началом и после окончания воздействия позволило увеличить количество опций при обработке сигналов и получить сейсмограмму, пригодную для проведения прямого динамического расчета зданий и сооружений. Вместе с тем выбор удаляемого тренда или трендов зависит от примененного типа фильтра и метода численного интегрирования, следовательно для каждого набора записей требуется определение отдельных процедур обработки. Данный вывод, с одной стороны, является нормой в области сейсморазведки, а с другой – не учтен в применяемых при решении задач сейсмостойкого строительства модулях программ ПК SCAD Office и ЛИРА 10.

Также представленная в статье проблематика может быть дополнена задачей о получении синтетического сигнала на основании реальных записей. Данное направление имеет большое прикладное значение, поскольку позволит моделировать увеличение массы зарядов в условиях расположения рядом с рудником тех или иных сооружений инфраструктуры.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Siskind D.E., Stagg M.S., Kopp J.W., Dowding C.H. Structural response and damage produced by ground vibration from surface mine blasting. Report of Investigations No. 8507 - Pittsburgh: US Department of the Interior. Bureau of Mines, 1980. 74 p.
2. Худайназаров Ш.О. Динамический расчет высотного сооружения с учетом нелинейных вязкоупругих свойств материала при различных кинематических воздействиях // Инженерные исследования. 2022. №5 (10). С. 12-17. EDN: GLDLMF
3. Тарасов В.А., Барановский М.Ю., Павлушкина Ю.Е., Мелещенко Л.С., Шакиров Р.М., Имескенов Т.Л., Загидуллина Э.Г. Сравнение результатов сейсмического расчета по СНиП II-7-81\* 1995 года и по СП 14.13330.2014 // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 1 (28). С. 52–73.
4. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. 4-е изд., перераб. М.: Издательство СКАД СОФТ, 2011. 736 с.
5. Уздин А.М., Саидович Т.А., Аль-Насер-Мохаммад Самих Амин. Основы теории сейсмостойкости и сейсмостойкого строительства зданий и сооружений. СПб: Изд. ВНИИГ, 1993. 89 с.
6. Бабский А.Е., Лалин В.В., Олейников И.И., Тарасов В.А. Сейсмостойкость виброизолированных фундаментов турбоагрегатов в зависимости от частотного состава сейсмического воздействия // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 1. С. 30–41. EDN: RSXRRN.
7. Тяпкина П.А., Яваров А.В., Федосеев А.В. Получение сейсмограмм кинематических воздействий буровзрывных работ в комплексах SCAD Office и ЛИРА 10 // Неделя науки ИСИ: Сборник материалов Всероссийской конференции, Санкт-Петербург, 1-4 апреля 2024 года. Том Часть 2. СПб: СПбПУ, 2024. С. 498-501.
8. Медведев С.В. Сейсмика горных взрывов. М: Недра, 1964. 188 с.
9. Садовский М.А. Геофизика и физика взрыва. Избранные труды. М: Наука, 1999. 440 с.

10. Рутман Ю.Л., Островская Н.В. Динамика сооружений: сейсмостойкость, сейсмозащита, ветровые нагрузки. СПб: Изд-во СПбГАСУ, 2019. 253 с.
11. Бирбраер А.Н., Роледер А.Ю. Экстремальные воздействия на сооружения. СПб: Изд-во Политехнического университета, 2009. 593 с.
12. Тяпкина П.А., Яваров А.В., Федосеев А.В. Анализ влияния сейсмического действия буровзрывных работ на технологическое оборудование на основании амплитудно-частотных спектров // Неделя науки ИСИ: Сборник материалов Всероссийской конференции, Санкт-Петербург, 3-9 апреля 2023 года. Том Часть 2. СПб: СПбПУ, 2023. С. 423-427. EDN: EALJRG
13. Zhang S., Gao W., Yan L., Liu J., Liu L. The characteristics of blasting vibration frequency bands in jointed rock mass slope // Environmental Earth Sciences. 2020. Vol. 79. No. 23. Pp. 1–17.
14. Soize C. Information Theory for Generation of Accelerograms Associated with Shock Response Spectra. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering. 2010. No.25(5). DOI:10.1111/j.1467-8667.2009.00643
15. Sołtys A., Twardosz M., Winzer J. Control and documentation studies of the impact of blasting on buildings in the surroundings of open pit mines // Journal of Sustainable Mining. 2017. No.16(4). DOI:10.1016/j.jsm.2017.12.004.
16. Lythgoe K., Loasby A., Hidayat D., Wei S. Seismic event detection in urban Singapore using a nodal array and frequency domain array detector: Earthquakes, blasts and thunderquakes // Geophysical Journal International. 2021. No.226(3). Pp. 1542–1557. DOI:10.1093/gji/ggab135.
17. Вандер П.Д., Пальти И., Гринчик И. Python для сложных задач: наука о данных и машинное обучение. СПб: ПИТЕР. 2022. 576 с.

## ОБ АВТОРАХ

**Полина Александровна Тяпкина** – студентка магистерской программы «Строительная механика, расчет конструкций и оснований». Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29. Инженер 3 категории. ООО «Институт Гипроникель». 195220, Россия, г. Санкт-Петербург, Гражданский просп., д.11. E-mail: polina.tyapkina@gmail.com

**Александр Валерьевич Яваров** – кандидат технических наук, доцент Высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29. Ведущий научный сотрудник. ООО «Институт Гипроникель». 195220, Россия, г. Санкт-Петербург, Гражданский просп., д.11. E-mail: yavarov\_av@spbstu.ru

**Антон Владимирович Федосеев** – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник. ООО «Институт Гипроникель». 195220, Россия, г. Санкт-Петербург, Гражданский просп., д.11. E-mail: FedoseevAV@normik.ru

## ABOUT THE AUTHORS

**Polina A. Tyapkina** – Student of Master Program «Structural Mechanics, Calculation of Structures and Foundations». Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (SPbPU). 195251, Russia, St.Petersburg, Polytechnicheskaya st., 29. Engineer (3rd category). LLC Gipronickel Institute. 195220, Russia, Saint-Petersburg, Grazhdansky Prospect, 11. E-mail: polina.tyapkina@gmail.com

**Alexandr V. Yavarov** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of department «Higher School of Industrial, Civil and Road Engineering». Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (SPbPU). 195251, Russia, St.Petersburg, Polytechnicheskaya st., 29. Leading Researcher. LLC Gipronickel Institute. 195220, Russia, Saint-Petersburg, Grazhdansky Prospect, 11. E-mail: yavarov\_av@spbstu.ru

**Anton V. Fedoseev** – Candidate of Technical Sciences, Leading Researcher. LLC Gipronickel Institute. 195220, Russia, Saint-Petersburg, Grazhdansky Prospect, 11. E-mail: FedoseevAV@normik.ru

УДК 624.014

## ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗМЕРА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В МОДЕЛИРОВАНИИ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕЗЕРВУАРОВ С МЕМБРАННЫМ ПОКРЫТИЕМ В ПК ЛИРА-САПР

**Д.И. Мех, И.В. Роменский, А.Н. Миронов**

*Донбасская национальная академия строительства и архитектуры,  
г. Донецк (Российская Федерация)*

**Аннотация.** В статье проведены исследования оптимального размера конечных элементов при моделировании вертикальных цилиндрических резервуаров с мембранным покрытием в ПК ЛИРА-САПР. Цель исследования состоит в определении оптимального размера сетки разбиения конечных элементов для различных частей резервуара. Для этого решены задачи построения расчетных моделей пяти резервуаров с различными размерами сетки разбиения и сравниваются напряжения в элементах резервуара. В статье используется типовой проект резервуара 704-1-170.84 «Резервуар стальной вертикальный цилиндрический для нефти и нефтепродуктов ёмкостью 10 000 м<sup>3</sup>» и характеристики мембранного покрытия, а нагрузки, действующие на резервуар, собраны с учетом нормативных документов. Результаты расчетов представлены в таблицах и на рисунках, что позволяет сделать вывод о том, что минимальная сетка разбиения конечных элементов стенки резервуара и мембраны должна быть не более 0,75x0,75м и 1x1м соответственно. Полученные результаты имеют важное значение для обеспечения точности при исследовании напряженно-деформированного состояния (НДС) резервуаров и проектирования резервуаров.

**Ключевые слова:** резервуар, мембранное покрытие, ПК ЛИРА-САПР, напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов.

**Ссылка для цитирования:** Мех Д.И., Роменский И.В., Миронов А.Н. Оптимизация размера конечных элементов в моделировании вертикальных цилиндрических резервуаров с мембранным покрытием в ПК ЛИРА-САПР // Инженерные исследования. 2024. №2(17). С. 13-21. EDN: KJGQWM

## OPTIMIZATION OF THE SIZE OF FINITE ELEMENTS IN MODELING VERTICAL CYLINDRICAL TANKS WITH MEMBRANE COATING IN LIRA-SAPR SOFTWARE

**D.I. Mekh, I.V. Romensky, A.N. Mironov**

*Donbass national academy of civil engineering and architecture, Donetsk (Russian Federation)*

**Abstract.** The article studies the optimal size of finite elements when modeling vertical cylindrical tanks with a membrane coating in the LIRA-SAPR software. The purpose of the study is to determine the optimal finite element mesh size for different parts of the tank. For this purpose, the problems of constructing computational models of five reservoirs with different mesh sizes were solved and the stresses in the reservoir elements were compared. The article uses a standard tank design 704-1-170.84 “Vertical cylindrical steel tank for oil and petroleum products with a capacity of 10,000 m<sup>3</sup>” and the characteristics of the membrane coating, and the loads acting on the tank are collected taking into account regulatory documents. The calculation results are presented in tables and figures, which allows us to conclude that the minimum mesh for dividing the finite elements of the tank wall and membrane should be no more than 0.75x0.75m and 1x1m, respectively. The results obtained are important for ensuring accuracy in the study of the stress-strain state (SSS) of reservoirs and the design of reservoirs.

**Keywords:** reservoir, membrane coating, LIRA-SAPR software, stress-strain state, finite element method.

**For citation:** Mekh D.I., Romensky I.V., Mironov A.N. Optimization of the size of finite elements in modeling vertical cylindrical tanks with membrane coating in LIRA-SAPR software // Inzhenernyye issledovaniya [Engineering Research]. 2024. No.2(17). Pp. 13-21. EDN: KJGQWM

## ВВЕДЕНИЕ

Сегодня инженеры в проектировании все больше полагаются на использование различных программных комплексов, в частности ЛИРА-САПР, для более точного и эффективного моделирования инженерных систем. Тем не менее при создании численных моделей вопрос оптимального размера конечных элементов для обеспечения точности инженерных расчетов остается одним из ключевых.

Резервуары, как особо ответственные сооружения, подвергаются разнообразным воздействиям, поэтому точность результатов расчетов имеет определяющее значение для исследования их НДС.

Цель данного исследования состоит в определении оптимального размера сетки разбиения конечных элементов в ПК ЛИРА-САПР для разных частей резервуара.

Для этого необходимо выполнить следующие задачи:

1. Построить расчетные модели пяти резервуаров с сеткой разбиения «0,5x0,5м», «0,75x0,75м», «1x1м», «1,5x1,5м», «2x2м».
2. Сравнить напряжения в элементах резервуара, невязка которых не должна превышать 10%.

## ОПИСАНИЕ РЕЗЕРВУАРА

Для создания расчетной модели принимаем типовой проект 704-1-170.84 «Резервуар стальной вертикальный цилиндрический для нефти и нефтепродуктов ёмкостью 10 000 м<sup>3</sup>» с характеристиками, описанными в табл. 1.

Таблица 1. Характеристики резервуара

Table 1. Reservoir characteristics

№	Параметр	Ед. измерения	Значение
1	Объем	м <sup>3</sup>	10000
2	Внутренний диаметр стенки	мм	28500
3	Высота стенки	мм	17880
4	Количество поясов	шт.	12
5	Высота пояса	мм	1490
6	Толщина I пояса	мм	12
7	Толщина II-VI пояса	мм	10
8	Толщина VII-IX пояса	мм	9
9	Толщина X-XII пояса	мм	8
10	Диаметр днища с окрайками	мм	28620
11	Толщина днища	мм	5
12	Толщина окрайк	мм	9

На рис. 1 показан чертеж фасада резервуара.

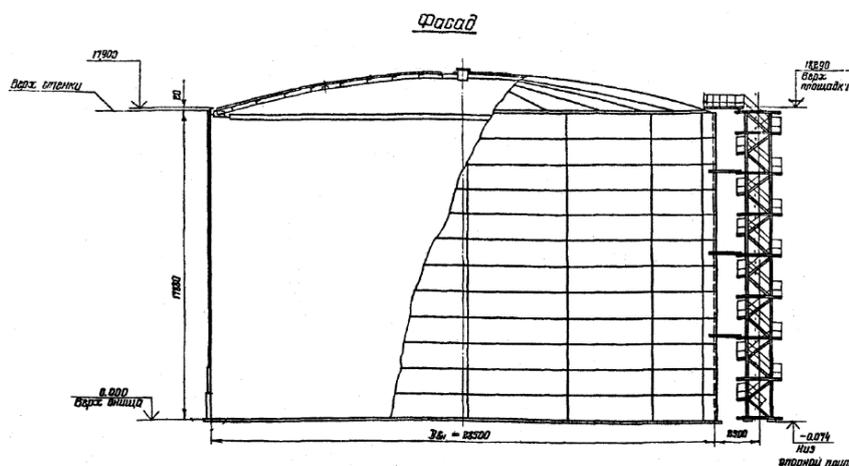


Рис. 1. Фасад резервуара [1]

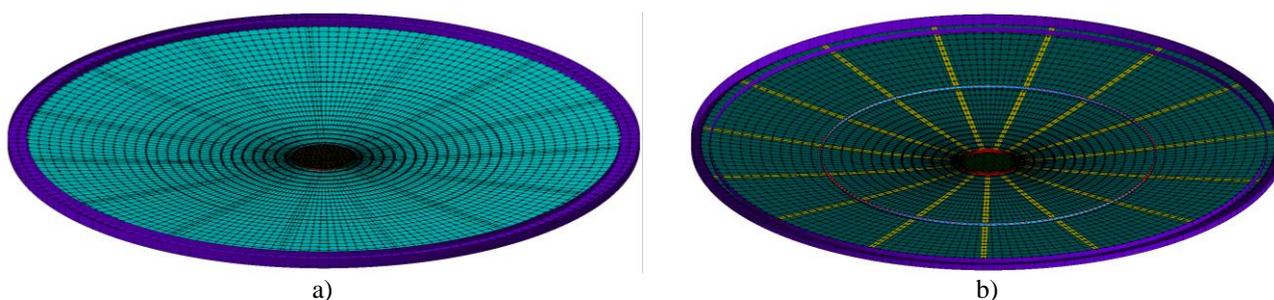
Fig. 1. Tank facade

Характеристики мембранного покрытия, представленные в табл. 2, вычислены по методике, описанной в работах [1-3].

**Таблица 2.** Характеристики мембранного покрытия  
**Table 2.** Characteristics of membrane coating

№	Параметр	Ед. измерения	Значение
1	Толщина мембраны	мм	2
2	Высота стенки двутавра опорного контура	мм	860
3	Толщина стенки двутавра опорного контура	мм	8
4	Ширина полки двутавра опорного контура	мм	460
5	Толщина полки двутавра опорного контура	мм	18
6	Расчетный прогиб покрытия	мм	880
7	Номер двутавра центрального кольца		20Б1
8	Толщина «постели»	мм	4
9	Ширина «постели»	мм	300
10	Толщина мембраны центрального кольца	мм	2
11	Номер швеллера кольцевых ребер жесткости		14П
12	Диаметр мембранного покрытия	мм	28500
13	Диаметр центрального кольца	мм	2800
14	Шаг элементов «постели» у опорного контура	мм	5970
15	Шаг элементов «постели» у центрального кольца	мм	590

На рис. 2 показана пространственная модель мембранного покрытия резервуара.



**Рис. 2.** Пространственная модель мембранного покрытия: а – вид сверху; б – вид снизу  
**Fig. 2.** Spatial model of membrane coating: a – top view; b – bottom view

Нагрузки, действующие на резервуар, были собраны согласно нормативным документам СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия» и СТО-СА-03-002-2009 «Правила проектирования, изготовления и монтажа вертикальных цилиндрических стальных резервуаров для нефти и нефтепродуктов».

Собственный вес и технологическая нагрузка приняты с учетом коэффициентов надежности.

Снеговая нагрузка собрана для VIII снегового района.

Ветровая нагрузка, действующая на резервуар, принимается по упрощенной схеме для VII ветрового района по формуле (1).

$$W = 0,5 \cdot W_0 \cdot \gamma_f \cdot c \cdot k(z_e) \quad (1)$$

где:

W – эквивалентное значение ветрового давления (кПа);

W<sub>0</sub> – нормативное значение ветрового давления (кПа);

γ<sub>f</sub> – коэффициент надежности по нагрузке;

c – аэродинамический коэффициент;

k(z<sub>e</sub>) – коэффициент, учитывающий изменение ветрового давления для высоты z<sub>e</sub>.

Гидростатическая нагрузка принята 1000 кг/м<sup>3</sup> (вода).

Аварийное избыточное давление 2,3 кПа и аварийный вакуум 0,4 кПа приняты согласно основным расчетным положениям, описанным в типовом проекте 704-1-170.84 «Резервуар стальной вертикальный цилиндрический для нефти и нефтепродуктов ёмкостью 10 000 м<sup>3</sup>».

Коэффициент постели с<sub>1z</sub> днища резервуара принят 5 МН/м<sup>3</sup>.

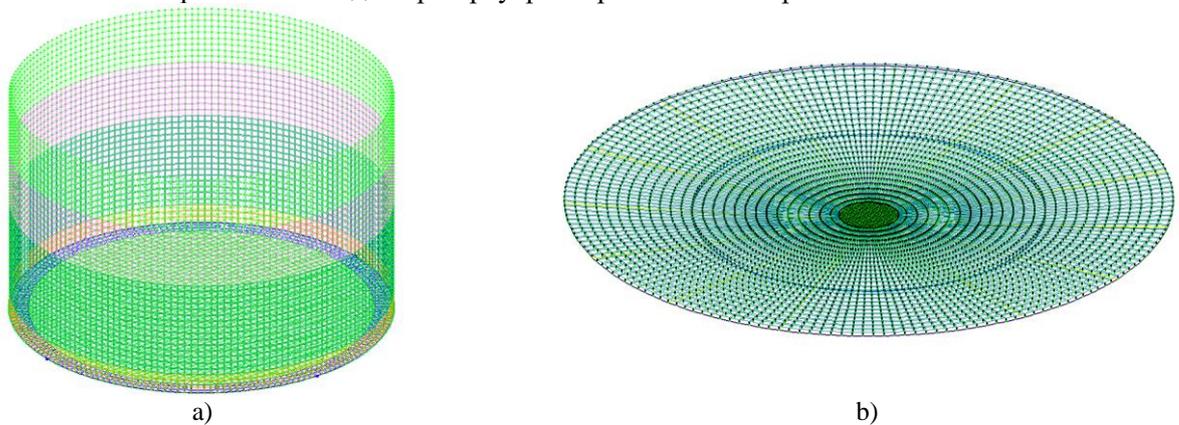
### ОПИСАНИЕ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ

Расчетная схема резервуара и мембраны создана с учетом рекомендаций, которые даны в работах [4-9]. В табл. 3 представлены данные, описывающие элементы резервуара и мембранного покрытия во всех расчетных схемах.

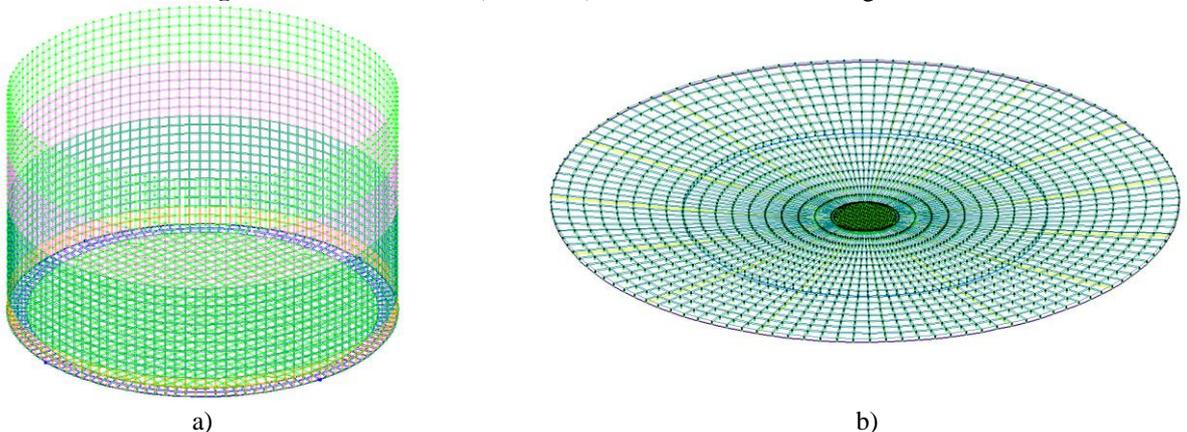
**Таблица 3.** Количество конечных элементов  
**Table 3.** Number of finite elements

№	Наименование	Пластины					Стержни				
		0,5x0,5м	0,75x0,75м	1x1м	1,5x1,5м	2x2м	0,5x0,5м	0,75x0,75м	1x1м	1,5x1,5м	2x2м
1	I пояс	540	240	90	60	45	—	—	—	—	—
2	II-VI пояс	2700	1200	450	300	225	—	—	—	—	—
3	VII-IX пояс	1620	720	270	180	135	—	—	—	—	—
4	X-XII пояс	1620	720	270	180	135	—	—	—	—	—
5	Днище	2188	960	570	249	155	—	—	—	—	—
6	Окрайки днища	720	360	270	120	90	—	—	—	—	—
7	Мембрана	4680	2160	1170	540	315	—	—	—	—	—
8	Мембрана центрального кольца	728	660	662	329	177	—	—	—	—	—
9	Опорный контур	—	—	—	—	—	180	120	90	60	45
10	Центральное кольцо	—	—	—	—	—	180	120	90	60	45
11	Кольцевые ребра жесткости	—	—	—	—	—	180	120	90	60	45
12	Постель	—	—	—	—	—	390	270	195	135	105

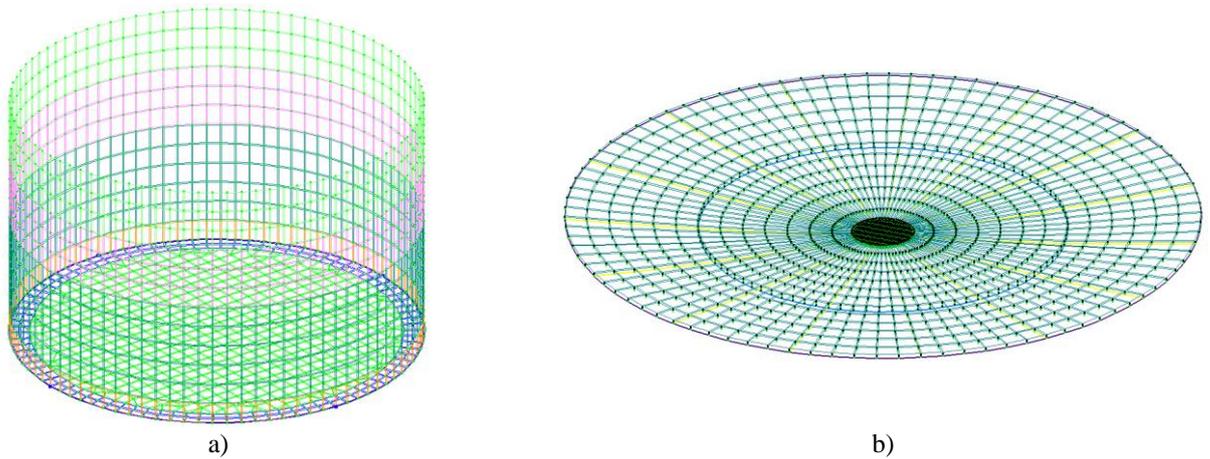
На рис. 3-7 показаны расчетные модели резервуаров с разной сеткой разбиения конечных элементов.



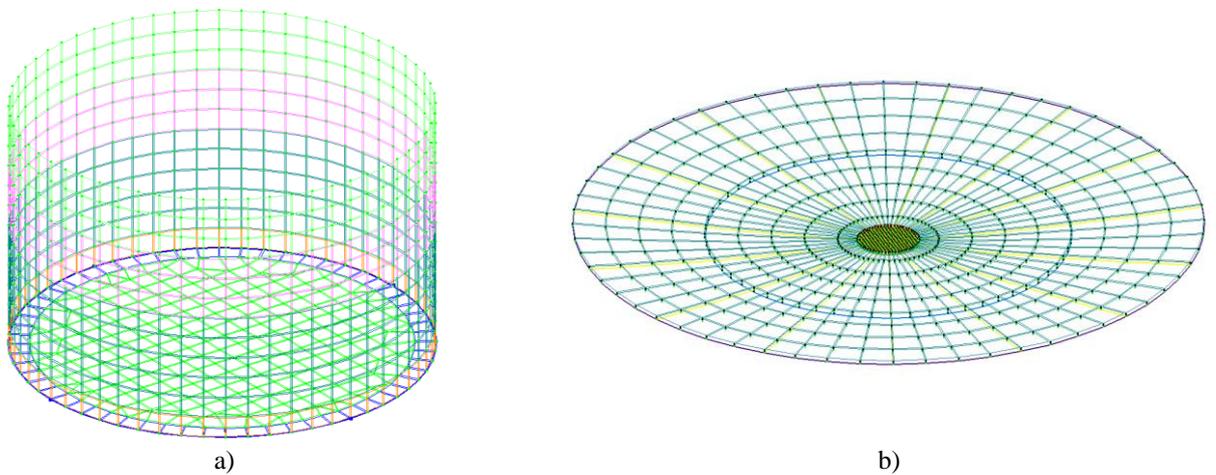
**Рис. 3.** Расчетная модель (0,5x0,5м): а – резервуар; б – покрытие  
**Fig. 3.** Calculation model (0.5x0.5m): a – reservoir; b – coating



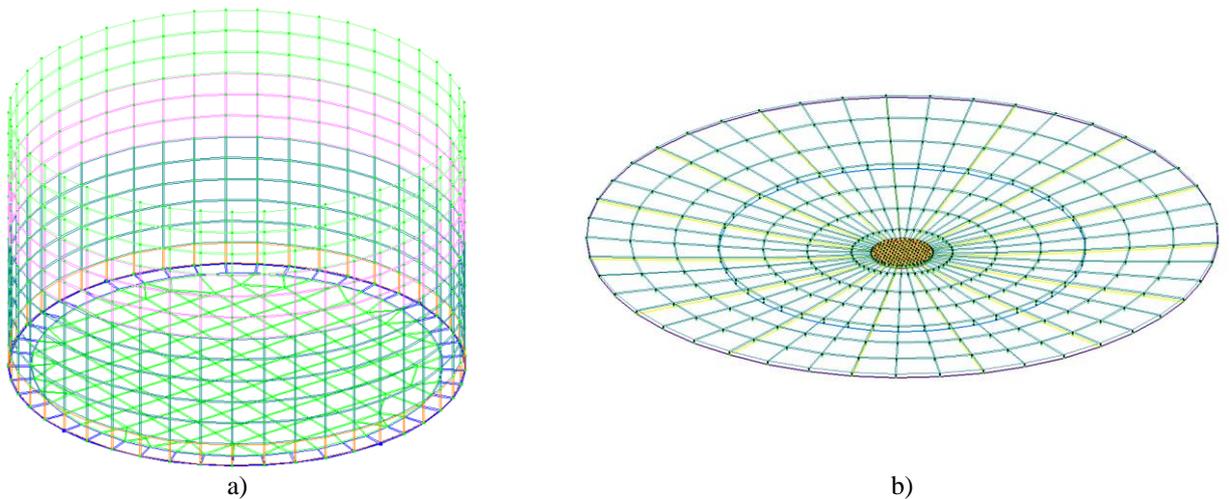
**Рис. 4.** Расчетная модель (0,75x0,75м): а – резервуар; б – покрытие  
**Fig. 4.** Calculation model (0.75x0.75m): a – reservoir; b – coating



а) б)  
**Рис. 5.** Расчетная модель (1x1м): а – резервуар; б – покрытие  
**Fig. 5.** Calculation model (1x1m): a – reservoir; b – coating



а) б)  
**Рис. 6.** Расчетная модель (1,5x1,5м): а – резервуар; б – покрытие  
**Fig. 6.** Calculation model (1.5x1.5m): a – reservoir; b – coating



а) б)  
**Рис. 7.** Расчетная модель (2x2м): а – резервуар; б – покрытие  
**Fig. 7.** Calculation model (2x2m): a – reservoir; b – coating

#### РЕЗУЛЬТАТЫ

Расчет производился в ПК ЛИРА-САПР 2016 при упругой работе материала без учета геометрической нелинейности. Результаты расчетов в виде меридиональных ( $\sigma_x$ ), кольцевых ( $\sigma_y$ ) и приведенных ( $\sigma_{IV}$ ) напряжений (рассчитанных по 4-ой энергетической теории прочности) в пластинах стенки и кровли представлены в табл. 4. Также были получены продольные растягивающие усилия  $N$  в

опорном контуре (изгибающие моменты не учитывались в следствие их малости). В кольцевых ребрах жесткости и постели были получены продольные силы N, при этом изгибающие моменты не учитывались. Зависимость величины приведенных напряжений пластин и продольных усилий стержней от размеров сетки разбиения конечных элементов представлена на рис. 8-10.

**Таблица 4.** Усилия и напряжения в элементах  
**Table 4.** Forces and tensions in elements

№	Наименование	Ед. измерения		Пластины				
				0,5x0,5м	0,75x0,75м	1x1м	1,5x1,5м	2x2м
1	I пояс	$\sigma_x$	МПа	244	255	162	156	150
		$\sigma_y$	МПа	-5,52	-5,5	-5,44	-5,45	-5,44
		$\sigma_{IV}$	МПа	245	256	163	157	151
2	II пояс	$\sigma_x$	МПа	249	244	267	263	259
		$\sigma_y$	МПа	-6,34	-6,31	-6,25	-6,28	-6,25
		$\sigma_{IV}$	МПа	250	245	268	264	260
3	III пояс	$\sigma_x$	МПа	233	231	219	220	221
		$\sigma_y$	МПа	-6,06	-6,05	-5,98	-5,99	-5,98
		$\sigma_{IV}$	МПа	234	232	220	221	222
4	IV пояс	$\sigma_x$	МПа	210	208	204	203	202
		$\sigma_y$	МПа	-5,81	-5,77	-5,71	-5,71	-5,71
		$\sigma_{IV}$	МПа	210	208	204	204	203
5	V пояс	$\sigma_x$	МПа	186	184	177	177	177
		$\sigma_y$	МПа	-5,54	-5,51	-5,43	-5,43	-5,42
		$\sigma_{IV}$	МПа	187	185	178	178	178
6	VI пояс	$\sigma_x$	МПа	163	160	158	158	158
		$\sigma_y$	МПа	-5,27	-5,23	-5,16	-5,15	-5,15
		$\sigma_{IV}$	МПа	163	161	159	159	159
7	VII пояс	$\sigma_x$	МПа	151	149	143	143	142
		$\sigma_y$	МПа	-5,55	-5,51	-5,43	-5,44	-5,44
		$\sigma_{IV}$	МПа	151	150	143	143	143
8	VIII пояс	$\sigma_x$	МПа	129	127	121	121	120
		$\sigma_y$	МПа	-5,25	-5,21	-5,16	-5,17	-5,16
		$\sigma_{IV}$	МПа	129	127	121	121	121
9	IX пояс	$\sigma_x$	МПа	103	101	95,9	96	96,1
		$\sigma_y$	МПа	-4,96	-4,94	-4,88	-4,9	-4,89
		$\sigma_{IV}$	МПа	103	101	96,1	96,2	96,3
10	X пояс	$\sigma_x$	МПа	84,2	82	75,7	75,3	74,9
		$\sigma_y$	МПа	-5,27	-5,25	-5,2	-5,23	-5,21
		$\sigma_{IV}$	МПа	84,3	82,1	75,7	75,3	74,9
11	XI пояс	$\sigma_x$	МПа	57,5	55,2	50,4	49,1	47,5
		$\sigma_y$	МПа	-4,98	-4,95	-4,92	-4,96	-4,94
		$\sigma_{IV}$	МПа	57,5	55,1	51,8	50,5	48,9
12	XII пояс	$\sigma_x$	МПа	-96,9	-81,9	-69	-69,6	-69,9
		$\sigma_y$	МПа	-4,72	-4,7	-4,62	-4,68	-4,66
		$\sigma_{IV}$	МПа	94,9	79,8	67	67,5	67,9
13	Мембрана	$\sigma_x$	МПа	123	124	124	124	127
		$\sigma_y$	МПа	161	171	174	183	184
		$\sigma_{IV}$	МПа	144	151	154	162	163
14	Опорный контур	N	кН	1031	1010	944	913	879
15	Центральное кольцо	N	кН	252	245	239	203	141
16	Кольцевые ребра жесткости	N	кН	67,7	66,2	65,5	64	59,8
17	Постель	N	кН	143	133	132,5	112,6	114

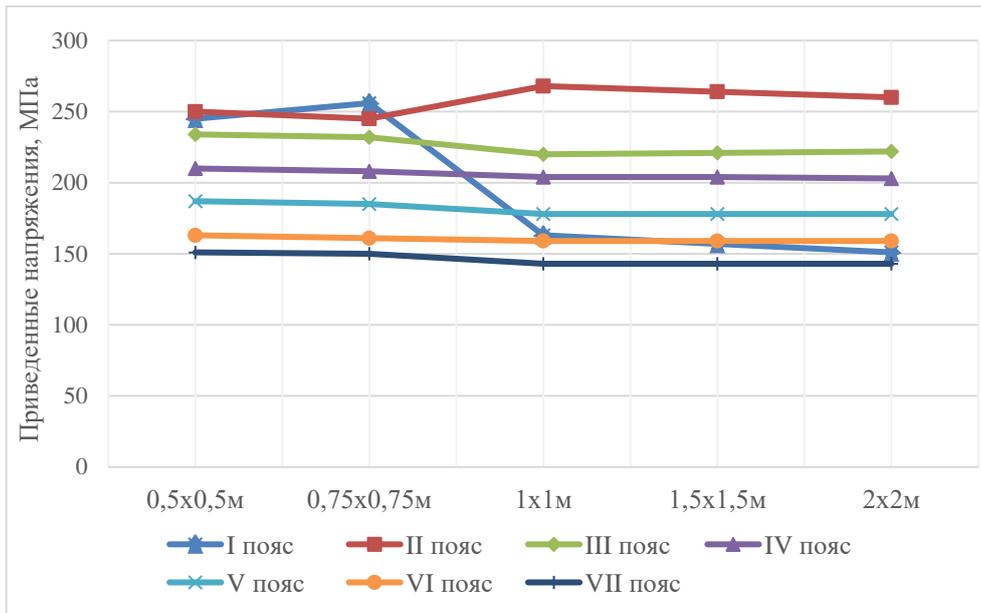


Рис. 8. Зависимость приведенных напряжений от размеров сетки разбиения конечных элементов  
Fig. 8. Dependence of reduced stresses on the dimensions of the mesh partitioning of finite elements

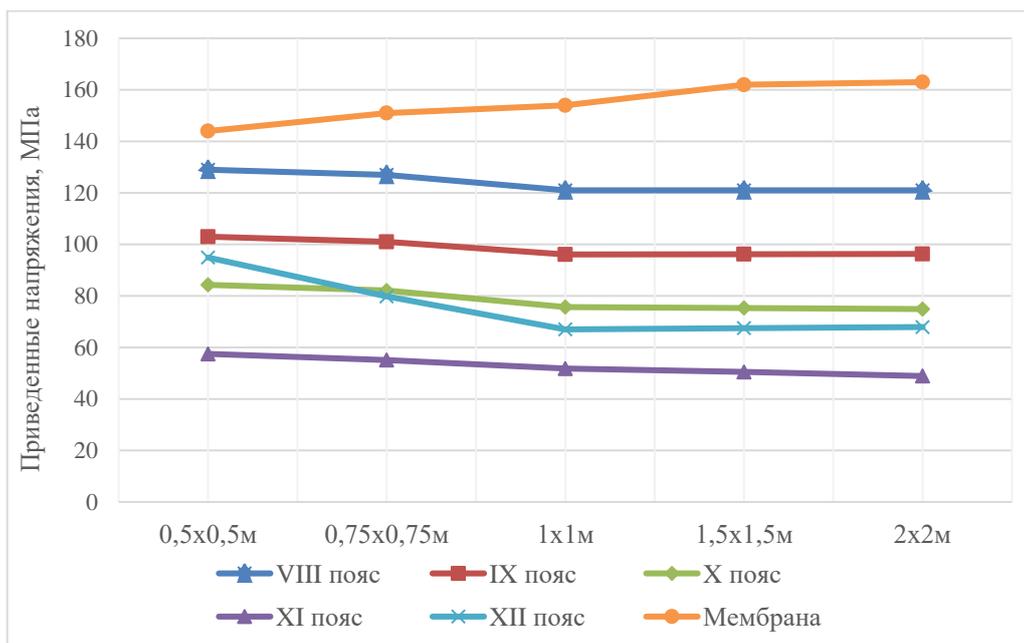
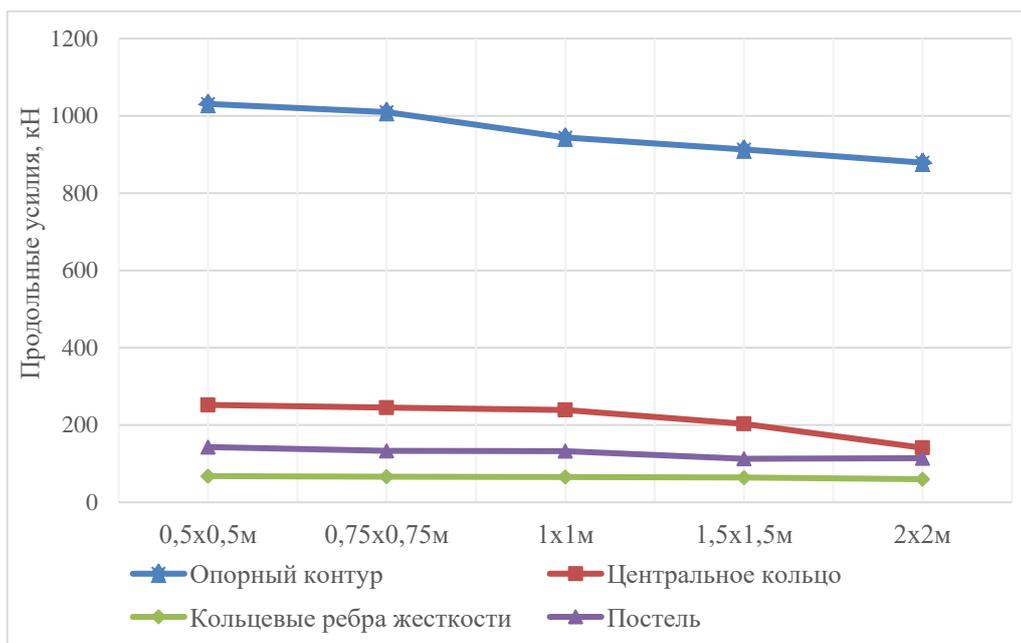


Рис. 9. Зависимость приведенных напряжений от размеров сетки разбиения конечных элементов  
Fig. 9. Dependence of reduced stresses on the dimensions of the mesh partitioning of finite elements



**Рис. 10.** Зависимость продольных усилий от размеров сетки разбиения конечных элементов  
**Fig. 10.** Dependence of longitudinal forces on the dimensions of the mesh partitioning of finite elements

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исходя из результатов расчетов, представленных в табл. 4 и рис. 8-10, можно сделать выводы относительно оптимальных размеров сетки разбиения конечных элементов для стенки резервуара и мембраны. Рекомендуется принять минимальный размер сетки, не превышающий 0,75x0,75м для стенки резервуара и 1x1м для провисающего мембранного покрытия. При этом для резервуаров с отличными объемами рекомендуется провести дополнительное исследование с целью оптимизации размеров сетки разбиения.

В местах, где ожидаются значительные деформации или напряжения, настоятельно рекомендуется использовать более мелкую сетку разбиения. В то же время, в областях с незначительными изменениями деформаций или напряжений, а также в участках, не имеющих критического значения для анализа, можно применять более крупную сетку. Однако следует учитывать, что при существенном различии размеров соседних элементов вблизи точек сосредоточенных напряжений наблюдается ухудшение точности результатов расчетов.

Также следует сказать, что четырехугольные конечные элементы обычно обладают более высокой точностью отображения результатов по сравнению с треугольными. Это связано с их способностью более эффективно моделировать различные формы конструкции и ее геометрические особенности, чего нельзя сказать о треугольных элементах, которые, как правило, вызывают искажения при моделировании сложных форм. Следовательно, использование четырехугольных конечных элементов может более точно отразить реальное поведение структуры или материала в процессе анализа.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трофимов В.И., Еремеев П.Г. Мембранные конструкции зданий и сооружений: Справ. пособие: В 2 ч. - М.: Стройиздат, 1990. 447 с.
2. Трофимов В.И., Микулин В.Б., Прицкер А.Я., Реусов В.А., Семенов В.Т. Мембранные конструкции зданий и сооружений. Киев: Будивельник, 1986. 177 с.
3. Деменев М.Г. Разработка конструкций покрытий с применением мембранных панелей: дис. канд. техн. наук: М., 1990. 234 с.
4. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов / Пер. с англ. А. С. Алексеева и др.; Под ред. А. Ф. Смирнова. – М.: Стройиздат, 1982. 448 с.
5. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. - Киев: Издательство «Факт», 2005. 344 с.
6. Шимановский А.О. Применение метода конечных элементов в решении задач прикладной механики: учеб. - метод. Пособие для студентов технических специальностей / А.О. Шимановский, А.В. Путьто; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель: БелГУТ, 2008. 61с.

7. Перельмутер А.В. Беседы о строительной механике. Научное издание. - М.: Издательство SCAD Soft, издательство ассоциации строительных вузов, 2014. 250 с.

8. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. - 4-е изд. - М.: Издательство SCAD Soft, 2011. 736 с.

9. Фарфель М.И. Численные исследования работы прямоугольных мембранных панелей // Строительная механика и расчет сооружений. 2008. №4. С. 53-62.

#### ОБ АВТОРАХ

**Дмитрий Игоревич Мех** – студент магистратуры. Донбасская национальная академия строительства и архитектуры (ДонНАСА). 286123, Россия, г. Санкт-Петербург, ДНР, г. Макеевка, ул. Державина, д. 2. E-mail: meh.d.i-pgs-72b@donnasa.ru

**Игорь Викторович Роменский** – доцент кафедры «Металлические конструкции». Донбасская национальная академия строительства и архитектуры (ДонНАСА). 286123, Россия, г. Санкт-Петербург, ДНР, г. Макеевка, ул. Державина, д. 2. E-mail: i.v.romenskii@donnasa.ru

**Андрей Николаевич Миронов** – доцент кафедры «Металлические конструкции». Донбасская национальная академия строительства и архитектуры (ДонНАСА). 286123, Россия, г. Санкт-Петербург, ДНР, г. Макеевка, ул. Державина, д. 2. E-mail: a.n.myronov@donnasa.ru

#### ABOUT THE AUTHORS

**Dmitriy I. Mekh** – master's student. Donbass National Academy of Civil Engineering and Architecture (DonNACEA). 286123, Russia, DPR, Makeevka, Derzhavina st., 2. E-mail: meh.d.i-pgs-72b@donnasa.ru

**Igor V. Romensky** – Associate Professor of the Department of Metal Structures. Donbass National Academy of Civil Engineering and Architecture (DonNACEA). 286123, Russia, DPR, Makeevka, Derzhavina st., 2. E-mail: i.v.romenskii@donnasa.ru

**Andrey N. Mironov** – Associate Professor of the Department of Metal Structures. Donbass National Academy of Civil Engineering and Architecture (DonNACEA). 286123, Russia, DPR, Makeevka, Derzhavina st., 2. E-mail: a.n.myronov@donnasa.ru

УДК 69.04

## СОВМЕСТНАЯ РАБОТА СТАЛЬНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ПРОФИЛЕЙ И ЛЕГКОГО БЕТОНА В КОНСТРУКЦИИ ПЕРЕКРЫТИЯ

**В.А. Рыбаков, С.Н. Дружинина**

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
г. Санкт-Петербург (Российская Федерация)*

**Аннотация.** В статье выполняется моделирование панели, состоящей из стальных тонкостенных профилей и пенобетона D400, в программном комплексе ANSYS. Расчет проводится в линейной постановке и с учетом физической нелинейности для стали. Результаты расчета сводятся в графики зависимости прогиба панели от приложенной нагрузки. До значения 7кН графики примерно совпадают и имеют линейный характер, затем при увеличении нагрузки график эксперимента и график нелинейного расчета меняют направление. Результаты нелинейного расчета более близки к результатам эксперимента, чем аналитический и линейный расчет. Разница между нелинейным расчетом и результатами эксперимента составляет 33%.

**Ключевые слова:** пенобетон, монолитный пенобетон, легкие стальные тонкостенные конструкции, легкие сталебетонные конструкции, перекрытие, совместная работа, физическая нелинейность, ANSYS.

**Ссылка для цитирования:** Рыбаков В.А., Дружинина С.Н. Совместная работа стальных тонкостенных профилей и легкого бетона в конструкции перекрытия // Инженерные исследования. 2024. №2(17). С. 22-27. EDN: EBGXBJ

## THE COLLABORATION OF THIN-WALLED STEEL PROFILES AND LIGHT CONCRETE IN THE FLOOR STRUCTURE

**V.A. Rybakov, S.N. Druzhinina**

*Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, St.Petersburg (Russian Federation)*

**Abstract.** The article simulates a panel consisting of thin-walled steel profiles and D400 foam concrete in the ANSYS software package. The calculation is carried out in a linear formulation and taking into account the physical nonlinearity for steel. The calculation results are summarized in graphs of the dependence of the deflection of the panel on the applied load. Up to a value of 7kN, the graphs roughly coincide and are linear in nature, then, with increasing load, the experimental graph and the nonlinear calculation graph change direction. The results of the nonlinear calculation are closer to the experimental results than the analytical and linear calculations. The difference between the nonlinear calculation and the experimental results is 33%.

**Keywords:** foam concrete, monolithic foam concrete, lightweight thin-walled steel structures, lightweight steel-concrete structures, overlap, collaboration, physical nonlinearity, ANSYS.

**For citation:** Rybakov V.A., Druzhinina S.N. The collaboration of thin-walled steel profiles and light concrete in the floor structure // Inzhenernyye issledovaniya [Engineering Research]. 2024. No.2(17). Pp. 22-27. EDN: EBGXBJ

## ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее интересных строительных материалов, набирающих популярность в последнее время, являются легкие стальные тонкостенные конструкции [1-5]. Их изучение актуально по многим причинам.

Ввиду сложности проектирования таких конструкций [6-13], в большинстве случаев они используются для возведения несущих каркасов временных зданий, небольших коттеджей, а также других объектов, не требующих сложных инженерных расчетов. но в перспективе могут применяться и для объектов с более высоким уровнем ответственности, а также применяться в качестве конструктивного элемента, работающего совместно с другими материалами, например, с пенобетоном [14].

Пенобетон – вид ячеистого бетона с пористой структурой, получаемой в результате введения в бетонную смесь органического или синтетического пенообразователя. Пористую структуру материал приобретает за счет равномерного распределения пузырьков воздуха по всей массе бетона. Пенобетон можно считать относительно однородным по сравнению с обычным бетоном, поскольку он не содержит крупнозернистой фазы заполнителя.

По назначению пенобетон разделяют на теплоизоляционный с плотностью до  $500 \text{ кг/м}^3$ , конструктивно-теплоизоляционный с плотностью от  $500 \text{ кг/м}^3$  до  $900 \text{ кг/м}^3$  и конструкционный с плотностью свыше  $1000 \text{ кг/м}^3$ . Кроме этого, данный материал разделяют на автоклавный – твердеющий в естественных условиях и неавтоклавный – твердеющий в условиях тепловой обработки при атмосферном давлении.

## ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

В качестве предмета исследования была выбрана панель перекрытия, состоящая из стальных тонкостенных профилей и пенобетона (рис.1).

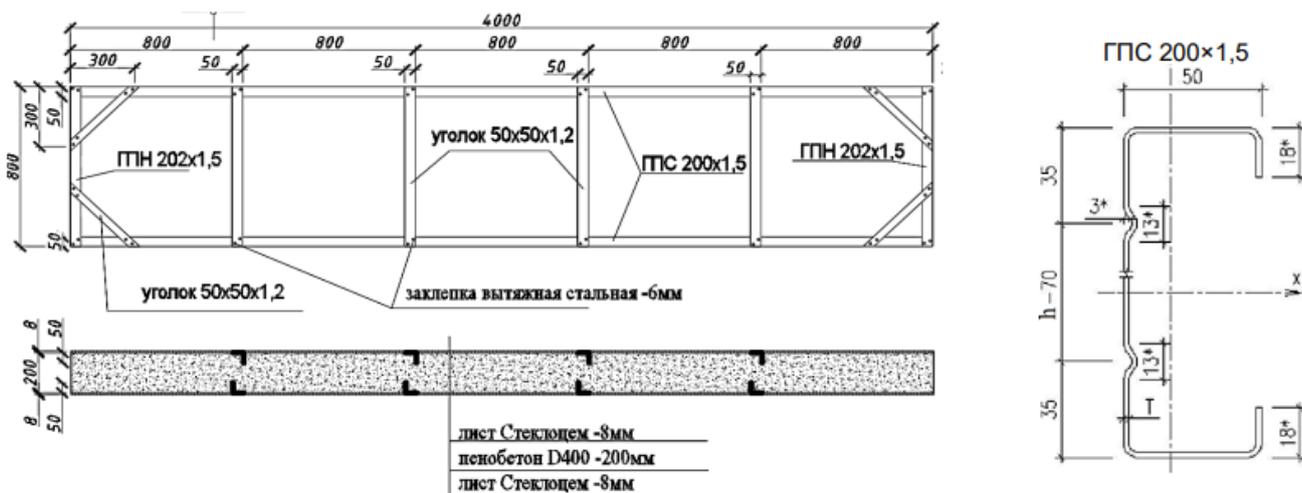


Рис. 1. Габариты панели [15]

Fig. 1. Panel dimensions

Ранее панель была испытана [15]. Экспериментальным способом автором была выявлена зависимость между нагрузкой, приходящей на панель, и ее прогибом.

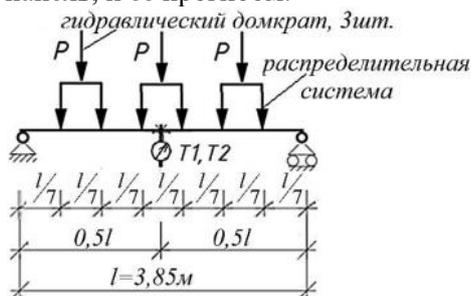


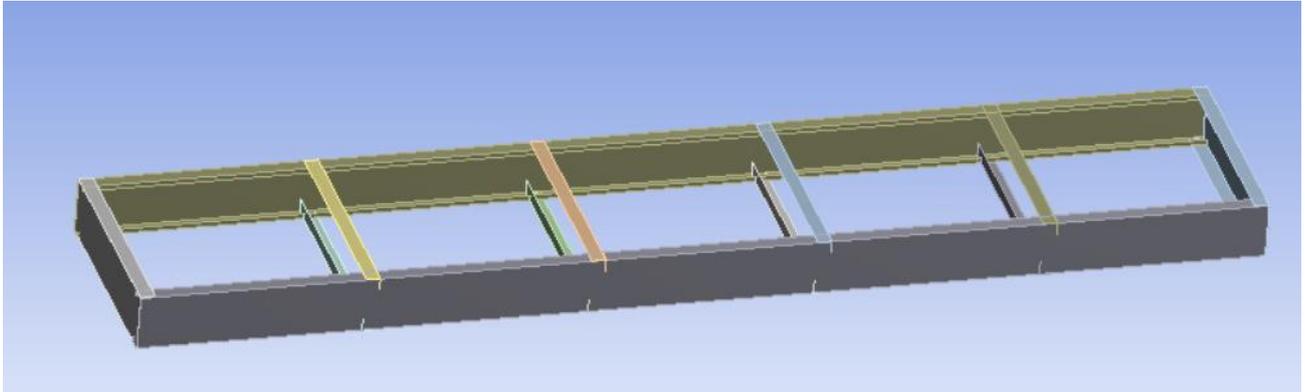
Рис. 2. Расчетная схема [15]

Fig. 2. Calculation scheme

### СОЗДАНИЕ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ И ПРОВЕДЕНИЕ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИИ В ЛИНЕЙНОЙ ПОСТАНОВКЕ

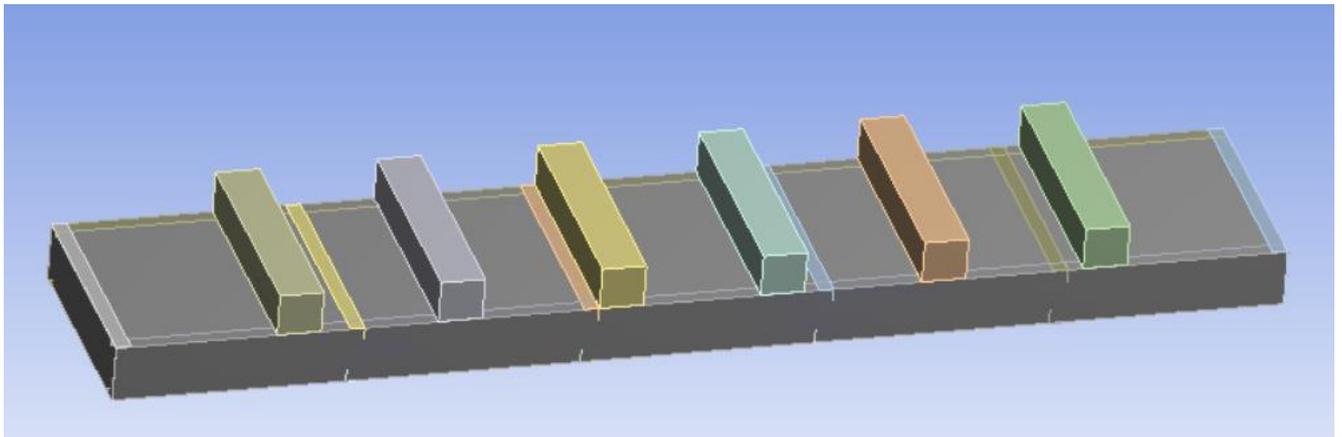
Для проведения расчетов был выбран программный комплекс ANSYS. ANSYS — это передовое программное обеспечение для инженерного анализа и численного моделирования, основанное на методе конечных элементов.

Тонкостенные профили были заданы с помощью оболочечных конечных элементов (рис.3), пенобетон с помощью объемного конечного элемента. Так как фиброцементные листы, присутствующие в конструкции, не являются несущими, было принято решение исключить их из расчетной модели.



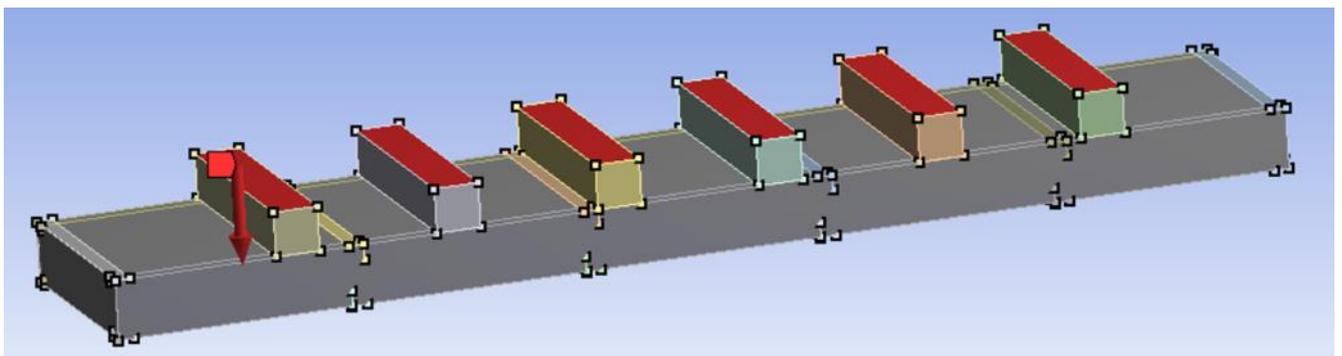
**Рис. 3.** Каркас панели из тонкостенных профилей  
**Fig. 3.** The frame of the panel is made of thin-walled profiles

Для распределения нагрузки в модели были предусмотрены бетонные распределительные бруски аналогичные экспериментальным (рис. 4).



**Рис. 4.** 3D-модель панели  
**Fig. 4.** 3D panel model

По краям было задано шарнирное опирание, а также приложена сосредоточенная нагрузка на каждую из 6 бетонных призм от 1 до 14 кН на 1 домкрат (рис. 5).



**Рис. 5.** Приложение нагрузки на панель  
**Fig. 5.** Application of the load on the panel

Шаг разбиения сетки был выбран исходя из анализа зависимости погрешности результатов от размера конечного элемента 100 мм (рис. 6).

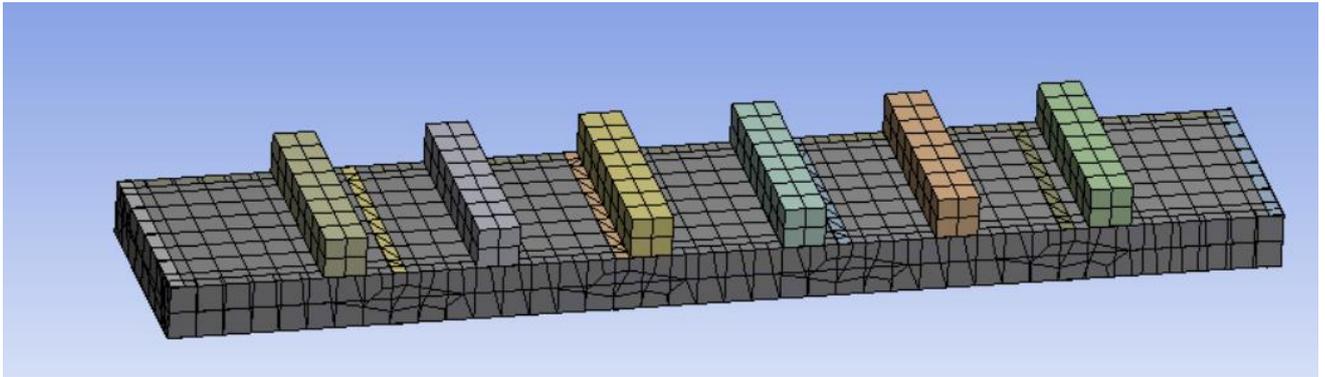


Рис. 6. Сетка конечных элементов  
Fig. 6. Finite Element Grid

Модуль деформации пенобетона марки D400 согласно СТО-001-50845180  $E_b=960 \cdot \text{МПа}$ , профильной стали -  $E_s=2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

В ходе расчета были вычислены прогибы панели при приложении нагрузки от 1 до 14 кН на 1 домкрат (рис. 7).

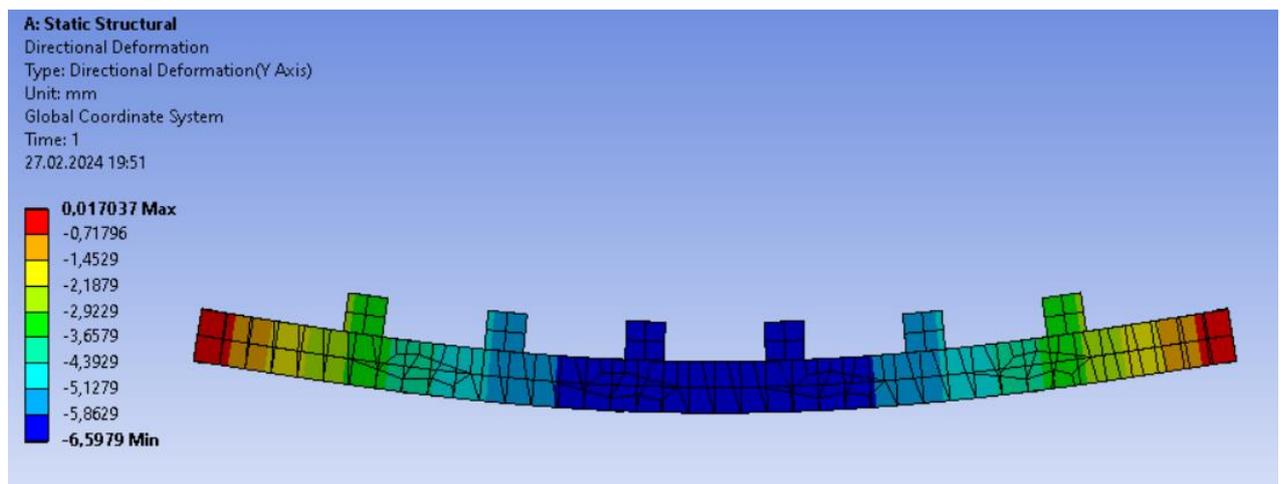


Рис. 7. Прогиб панели при нагрузке 3 кН  
Fig. 7. Deflection of the panel at a load of 3 kN

По итогам расчета значения прогибов, полученных различными способами, были сведены в табл. 1.

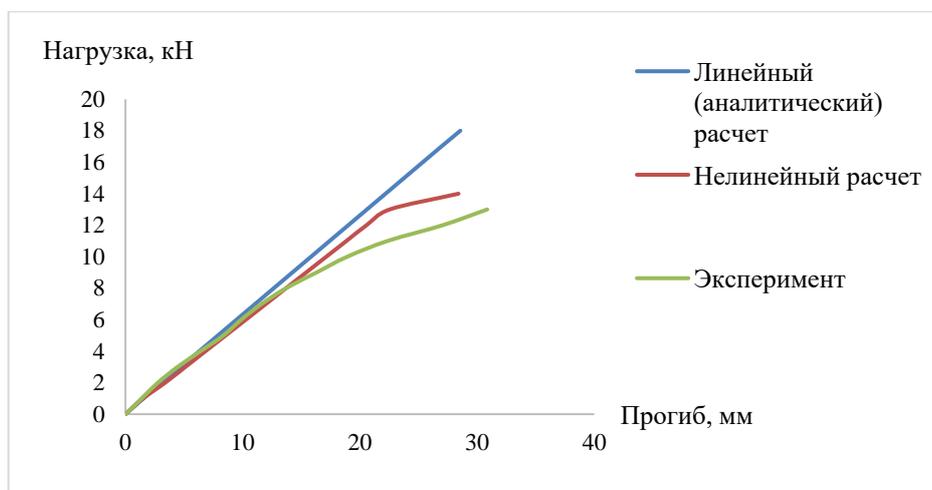
Таблица 1. Значения прогибов панели  
Table 1. Panel deflection values

Нагрузка, кН	Аналитический расчет, мм	Линейный расчет ANSYS, мм	Результаты эксперимента, мм
0	0	0	0
1	1,584	1,53	1,383
2	3,168	3,119	2,768
3	4,752	4,7081	4,443
4	6,336	6,297	6,405
5	7,92	7,886	8,365
6	9,504	9,476	9,877
7	11,088	11,065	11,617
8	12,672	12,654	13,703
9	14,256	14,244	16,310
10	15,839	15,833	18,923
11	17,423	17,422	22,365
12	19,007	19,011	27,068
13	20,591	20,601	30,868

Результаты были сопоставлены с результатами эксперимента. Исследование показало, что результаты численного анализа отличаются от аналитического решения не более, чем на 5%, однако сильно отличаются от экспериментальных данных. Для приближения результатов расчета к результатам реальной работы конструкции было принято решение проводить расчет с учетом нелинейных свойств материалов.

### СОЗДАНИЕ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ И ПРОВЕДЕНИЕ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИИ В НЕЛИНЕЙНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Основным несущим элементом в конструкции является каркас из стальных тонкостенных профилей, следовательно, при расчете нелинейные свойства достаточно задавать только для стали. Для стали был выбран материал из библиотеки нелинейных материалов ANSYS. Все результаты расчетов были сведены в общий график (рис. 8). Так как графики линейного и аналитического расчетов практически совпадают, их значения показаны единой прямой.



**Рис. 8.** График зависимости прогиба от нагрузки  
**Fig. 8.** The graph of the deflection dependence on the load

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам расчетов и исследований были сформированы следующие выводы:

1. В линейной постановке результаты численного расчета панели перекрытия совпали с результатами аналитического расчета с точностью до 5%.
2. До значения 7кН графики примерно совпадают и имеют линейный характер, затем при увеличении нагрузки график эксперимента и график нелинейного расчета меняют направление.
3. Результаты нелинейного расчета более близки к результатам эксперимента, чем аналитический и линейный расчет. Разница между нелинейным расчетом и результатами эксперимента составляет 33%.
4. Основным несущим элементом в конструкции является каркас из стальных тонкостенных профилей, следовательно, при расчете нелинейные свойства достаточно задавать только для стали.
5. Наличие пенобетона в конструкции позволяет избежать депланации и потери местной устойчивости стержней, что увеличивает несущую способность панели. Поэтому при расчете конструкции моделирование пенобетона необходимо, но его нелинейными свойствами можно пренебречь.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Губанов Д.И. Перспективы применения легких стальных тонкостенных конструкций в жилищном строительстве // Интерактивная наука. 2019. № 12 (46). С. 30-32.
2. Евтушенко А.И., Нуриев В.Э., Зотов П.В., Морева И.С. Технология легких стальных тонкостенных конструкций и её особенности // Инженерный вестник Дона. 2018. № 4 (51). С. 218. EDN JVWOPC.
3. Илюхина Е. А., Соболев А. А. Мировая практика применения технологии ЛСТК в строительстве // Ползуновский альманах. 2018. № 1. С. 89-82.
4. Никулин М. Ю., Скачков С. В., Муро Г. Э. Легкие стальные тонкостенные конструкции // Актуальные проблемы науки и техники. 2020: Материалы национальной научно-практической

конференции, Ростов-на-Дону, 25–27 марта 2020. Ростов-на-Дону: Донской государственный технический университет, 2020. С. 1145-1146. EDN EMOODF.

5. Rzeszut K. Selected aspects of stability of thin-walled steel structures with clearances and initial imperfections // *Lightweight Structures in Civil Engineering. Contemporary Problems. Local seminar of IASS Polish chapters*. 2018. Pp. 119-125.

6. Белый Г. И. К определению редуцированных сечений стержневых элементов легких стальных тонкостенных конструкций // *Вестник гражданских инженеров*. 2017. № 5 (64). С. 33-37.

7. Кацеф В. И. К вопросу обрушения зданий и сооружений на основе легких стальных тонкостенных конструкций // *Молодой ученый*. 2019. № 24. С. 1–2.

8. Ал Али М., Томко М. Расчет сопротивления сжатых элементов легких стальных тонкостенных конструкций закрытого профиля. Часть 2 // *Инженерно-строительный журнал*. 2014. № 1(45). С. 53-58. DOI 10.5862/MCE.45.6. EDN RWXKMP.

9. Никагосов Д. В., Кудрявцев С. В. Особенности расчета сечений из ЛСТК профилей // *Проблемы безопасности строительных критичных инфраструктур Safety2020: Сборник статей VI Международной конференции*, Екатеринбург, 05-06 ноября 2020. Екатеринбург: Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, 2021. С. 15-21. EDN MUTZAN

10. Рыбаков В.А., Кутина А.А., Кудрявцев К.С. Математическая модель процесса производства здания из легких стальных тонкостенных конструкций // *Проблемы обеспечения функционирования и развития наземной инфраструктуры комплексов систем вооружения: Материалы Всероссийской научно-технической конференции / Под общей редакцией В.И. Геры: Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского*, 2018. С. 130-134. EDN ХАТҮКВ.

11. Тимошенко М. С., Будак Т. Н. Оценка дефектов зданий и сооружений из легких стальных тонкостенных конструкций // *Ростовский научный журнал*. 2018. № 12. С. 301–308.

12. Тналиева З. К. Исследование методов проектирования и строительства быстровозводимых зданий из ЛСТК // *Потенциал интеллектуально одарённой молодежи - развитию науки и образования: Материалы IX Международного научного форума молодых ученых, инноваторов, студентов и школьников*, Астрахань, 28-29 апреля 2020. Астрахань: Астраханский государственный архитектурно-строительный университет, 2020. С. 528-534. EDN KRULHF

13. Shi Q., Shi X., Gattas J.M., Kitipornchai S. Folded assembly methods for thin-walled steel structures // *Journal of Constructional Steel Research*. 2017. Vol.138. Pp. 235–245. DOI: 10.1016/j.jcsr.2017.07.010

14. Атавин И. В., Имескенов Т. Л., Иванова Е. Г. Лёгкие стальные тонкостенные конструкции в строительстве спортивных сооружений // *Синергия Наук*. 2016. № 6. С. 367-376. EDN XEQPUL.

15. Рыбаков В.А. Изгибная жесткость легких сталебетонных панелей перекрытий из пенобетона низкой плотности // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2023. № 3 (19). С. 302–312.

## ОБ АВТОРАХ

**Владимир Александрович Рыбаков** – к.т.н., доцент Высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29. E-mail: fishermanoff@mail.ru

**Светлана Николаевна Дружинина** – студент магистратуры. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29. E-mail: druzhinina.sn@edu.spbstu.ru

## ABOUT THE AUTHORS

**Vladimir A. Rybakov** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Higher School of Industrial, Civil and Road Construction. Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (SPbPU). 195251, Russia, St.Petersburg, Polytechnicheskaya st., 29. E-mail: fishermanoff@mail.ru

**Svetlana N. Druzhinina** – master's degree student. Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (SPbPU). 195251, Russia, St.Petersburg, Polytechnicheskaya st., 29. E-mail: druzhinina.sn@edu.spbstu.ru

УДК 624.014

## НАХОЖДЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ГЛУБИНЫ ЗАЛОЖЕНИЯ ФУНДАМЕНТА, ОПРЕДЕЛЯЕМОГО НАЛИЧИЕМ СЦЕПЛЕНИЯ ГРУНТА, ДЛЯ РАСЧЕТА НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОСНОВАНИЯ

**А.В. Яваров, С.Н. Шаповалова**

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
г. Санкт-Петербург (Российская Федерация)*

**Аннотация.** Для нахождения несущей способности оснований применяются различные подходы и методы. В рамках теории предельного равновесия грунтов, как правило, используется классическая трехкомпонентная формула К.Терцаги. Она заложена в нормативные документы разных стран мира, включая СП 22.13330.2016 «СНиП 2.02.01-83\* Основания зданий и сооружений», ЕС7 «Геотехническое проектирование». В то же время до сих пор указанная формула уточняется, прежде всего, путем введения или корректировки коэффициентов несущей способности, коэффициентов учета формы подошвы фундамента, коэффициентов, учитывающих уклон основания, и т.д. В данной статье приводится анализ изменения несущей способности основания с увеличением глубины заложения фундамента, задаваемого в расчетной схеме жестким штампом, при отсутствии пригрузки основания. Для выполнения работы использован модифицированный метод конечных элементов, реализованный в расчетном комплексе Optum G2. В алгоритме комплекса внедрена возможность автоматического сгущения сетки конечных элементов вблизи линий скольжения. В результате исследования уточнены значения коэффициента глубины заложения фундамента  $d_c$  при жестком контакте фундамента и массива грунта. В дальнейшем использованную методику численного моделирования можно применить для установления величин коэффициента  $d_c$  при различных параметрах внешнего трения между материалом фундамента и грунтовым массивом.

**Ключевые слова:** теория предельного равновесия грунтов, несущая способность оснований, коэффициенты глубины заложения фундамента, коэффициенты несущей способности, метод предельного анализа, метод конечных элементов, модель Кулона-Мора, формула Терцаги.

**Ссылка для цитирования:** Яваров А.В., Шаповалова С.Н. Нахождение коэффициента глубины заложения фундамента, определяемого наличием сцепления грунта, для расчета несущей способности основания // Инженерные исследования. 2024. №2(17). С. 28-35. EDN: KWDZBM

## DETERMINING THE DEPTH FACTOR FOR BEARING CAPACITY OF SHALLOW FOUNDATIONS AS DEFINED BY SOIL COHESION

**A.V. Yavarov, S.N. Shapovalova**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg (Russian Federation)*

**Abstract.** Engineers use various approaches and methods to define bearing capacity of shallow foundations. As a rule, they use the Terzaghi equation included into many regulatory documents, such as SP 22.13330.2016 or EC7. That notwithstanding, this equation is still being clarified by introducing or correcting bearing capacity factors, footing shape factors, inclination factors, etc. The bearing capacity of shallow foundations rises relative to an increase of embedment depth. The paper provides an analysis of changes in the depth factor  $d_c$  according to increasing depth of foundations and the internal friction angle of soil. This investigation was made possible by limit analysis implemented in Optum G2 software. As a result, refined values of the corresponding depth factor  $d_c$  for firm footing-subsoil contact were obtained. Moreover, validation of the results included an elastoplastic analysis.

**Keywords:** bearing capacity of foundations, depth factors, factors of bearing capacity, limit analysis, finite element method, Mohr-Coulomb model, Terzaghi equation.

**For citation:** Yavarov A.V., Shapovalova S.N. Determining the depth factor for bearing capacity of shallow foundations as defined by soil cohesion // Inzhenernyye issledovaniya [Engineering Research]. 2024. No.2(17). Pp. 28-35. EDN: KWDZBM

## ВВЕДЕНИЕ

При проведении геотехнических расчетов несущую способность оснований представляют в виде трехчленной формулы К. Терцаги [1]:

$$N_u = \frac{1}{2} N_\gamma \cdot \gamma \cdot B + N_q \cdot q + N_c \cdot c, \quad (1)$$

где  $N_u$  – несущая способность, кПа;  $N_\gamma, N_q, N_c$  – безразмерные коэффициенты несущей способности;  $\gamma$  – удельный вес грунта, кН/м<sup>3</sup>;  $c$  – удельное сцепление грунта, кПа;  $B$  – ширина подошвы, м;  $q$  – пригрузка основания, кПа.

Учитывая различные геотехнические условия в формулу (1) вводят множество коэффициентов, включая безразмерные коэффициенты формы подошвы фундамента  $s_\gamma, s_q, s_c$ , безразмерные коэффициенты глубины заложения фундамента  $d_\gamma, d_q, d_c$ , безразмерные коэффициенты угла наклона к вертикали равнодействующей внешней нагрузки  $i_\gamma, i_q, i_c$  [2, 3]:

$$N_u = \frac{1}{2} N_\gamma \cdot \gamma \cdot B \cdot s_\gamma \cdot d_\gamma \cdot i_\gamma + N_q \cdot q \cdot s_q \cdot d_q \cdot i_q + N_c \cdot c \cdot s_c \cdot d_c \cdot i_c. \quad (2)$$

В актуальном СП 22.13330.2016 «СНиП 2.02.01-83\* Основания зданий и сооружений» в формулу несущей способности из перечисленных коэффициентов входят только коэффициенты формы  $s_\gamma, s_q, s_c$  и угла наклона  $i_\gamma, i_q, i_c$ . Последние учтены путем соответствующего изменения коэффициентов несущей способности  $N_\gamma, N_q, N_c$ .

Коэффициенты глубины заложения фундамента, напротив, до сих пор не включены в СП 22.13330.2016. Ввиду того, что коэффициенты  $d_\gamma, d_q, d_c$  повышают несущую способность основания, и при этом имеются значительные отличия в оценках их величин в работах Д. Б. Хансена, Г. Г. Меергофа, А. С. Весича и других исследователей [2, 4-7], их внедрение без должного обоснования может привести к аварийным ситуациям. Это делает актуальным уточнение величин коэффициентов глубины заложения фундамента с использованием различных методов.

В настоящей работе рассматривается только часть несущей способности основания, зависящая от сцепления грунта. Соответственно, целью исследования является определение величин коэффициента глубины заложения фундамента  $d_c$ . Первая задача состоит в нахождении указанного коэффициента методом предельного анализа, заложенным в программном комплексе (далее – ПК) Optum G2 [8-10] в виде модифицированного метода конечных элементов. Вторая задача заключается в сравнении результатов моделирования с расчетами в ПК FEM-Models, в котором реализовано решение упруго-пластических задач методом конечных элементов в форме метода перемещений.

Для подтверждения корректности численных экспериментов первоначально решена задача о нахождении несущей способности незаглубленного жесткого штампа (модели фундамента) в ПК Optum G2. При решении задачи определен коэффициент несущей способности  $N_c$ , аналитическое выражение которого получено Л. Прандтлем [3]:

$$N_u = N_c \cdot c, \quad (3)$$

$$N_c = \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \cdot e^{\pi \tan \varphi} - 1 \right) \cdot \operatorname{ctg} \varphi,$$

где  $\varphi$  – угол внутреннего трения, град.

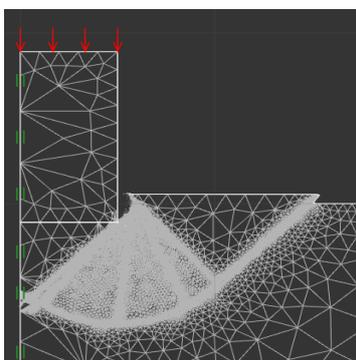
Исходные данные для моделирования приведены в табл.1. В качестве критерия прочности использовано условие Кулона-Мора. Сцепление материала принято равным 1 кПа, а значит найденная несущая способность основания численно будет равна коэффициенту  $N_c$ :

$$N_c = \frac{N_u}{c}. \quad (4)$$

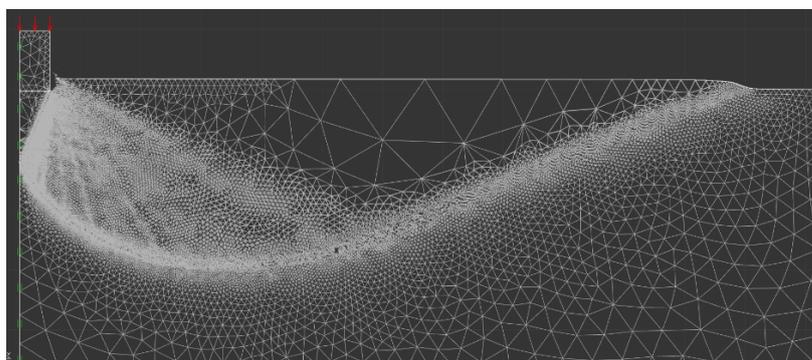
Угол внутреннего трения  $\varphi$  изменялся от численного эксперимента к эксперименту с шагом в 5° от 0° до 45°.



На рис.3 и рис.4 проиллюстрированы схемы разрушения массивов грунта, выведенные после нахождения нижних оценок несущих способностей оснований. При увеличении угла внутреннего трения зона сдвига, ожидаемо, значительно увеличивается в размерах.



**Рис. 3.** Схема разрушения ( $\varphi = 0^\circ$ )  
**Fig. 3.** The soil failure mechanism ( $\varphi=0^\circ$ )



**Рис. 4.** Схема разрушения ( $\varphi = 45^\circ$ )  
**Fig. 4.** The soil failure mechanism ( $\varphi =45^\circ$ )

### КОЭФФИЦИЕНТ ГЛУБИНЫ ЗАЛОЖЕНИЯ ФУНДАМЕНТА $d_c$

При заглублении фундамента в невесомый массив грунта с нулевой пригрузкой увеличение несущей способности основания происходит за счет прочности грунта выше подошвы фундамента. Учет описанного явления возможен, в том числе, путем добавления в формулу (1) коэффициента  $d_c$ .

Исходные данные к задаче о нахождении  $d_c$  представлены в табл.3. Они отличаются от сведений в табл.1 лишь варьированием глубины заложения штампа.

**Таблица 3.** Исходные данные для задачи по определению  $d_c$ .

**Table 3.** The input data for the depth factor  $d_c$  problem.

Ширина штампа $B$ , м	Глубина заложения штампа $D$ , м	Сцепление грунта $c$ , кПа	Угол внутреннего трения $\varphi$ , град,	Пригрузка основания $q$ , кПа	Вес грунта ниже подошвы фундамента $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Вес грунта выше подошвы фундамента $\gamma'$ , кН/м <sup>3</sup>
1	От 0 до 2,5 м	1	Вариативный	0	0	0

При обозначенных условиях коэффициент  $d_c$  может быть найден по формуле:

$$d_c = \frac{N_u}{N_c \cdot c}, \quad (5)$$

где  $N_c$  принимается по таблице 2.

Результаты численного моделирования приведены в табл.4. Значения коэффициента  $d_c$  всегда выше единице. Такой результат, как и указывалось ранее, приводит к увеличению несущей способности оснований.

**Таблица 4.** Значения коэффициента  $d_c$ .

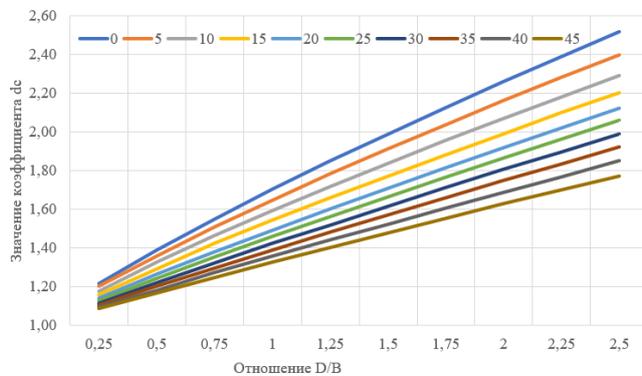
**Table 4.** The values of the depth factor  $d_c$ .

Угол $\varphi$ , град.	Отношение $D/B$									
	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
0	1,22	1,39	1,55	1,70	1,85	1,99	2,13	2,26	2,39	2,52
5	1,20	1,36	1,51	1,65	1,78	1,91	2,04	2,16	2,28	2,40
10	1,18	1,33	1,47	1,60	1,72	1,84	1,96	2,07	2,18	2,29
15	1,16	1,29	1,43	1,54	1,66	1,77	1,88	1,99	2,10	2,20
20	1,14	1,27	1,38	1,49	1,60	1,71	1,82	1,92	2,02	2,12
25	1,13	1,24	1,35	1,46	1,56	1,67	1,77	1,87	1,96	2,06

**Таблица 4.** Значения коэффициента  $d_c$ .  
**Table 4.** The values of the depth factor  $d_c$ .

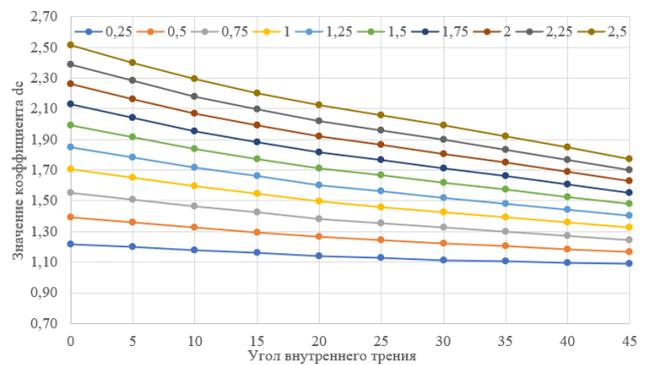
30	1,11	1,22	1,33	1,42	1,52	1,62	1,71	1,81	1,90	1,99
35	1,11	1,20	1,30	1,39	1,48	1,57	1,66	1,75	1,84	1,92
40	1,10	1,18	1,27	1,36	1,44	1,53	1,61	1,69	1,77	1,85
45	1,09	1,17	1,25	1,33	1,40	1,48	1,55	1,63	1,70	1,77

Для наглядного отображения результатов построены графики зависимостей коэффициента  $d_c$  от угла внутреннего трения и соотношения ширины штампа к глубине его заложения. По графикам на рис.5 видно, что по мере увеличения глубины заложения фундамента значение коэффициента растет. Данный результат вызван увеличением сопротивления массива грунта смещениям штампа, ввиду большей его анкеровки. При этом эффект от заглубления (рис.6) убывает с возрастанием угла  $\varphi$ , поскольку чем выше  $\varphi$ , тем глубже область развития сдвиговых деформаций и меньше чувствительность к увеличению глубины заложения фундамента.



**Рис. 5.** Зависимость коэффициента  $d_c$  от глубины заложения  $D/B$

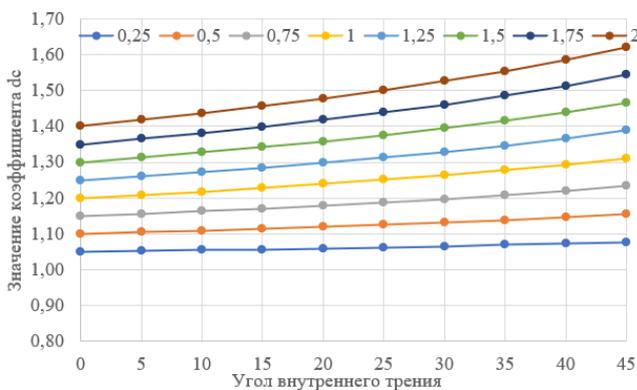
**Fig. 5.** Dependence of the factor  $d_c$  on the ratio  $D/B$



**Рис. 6.** Зависимость коэффициента  $d_c$  от угла внутреннего трения грунта

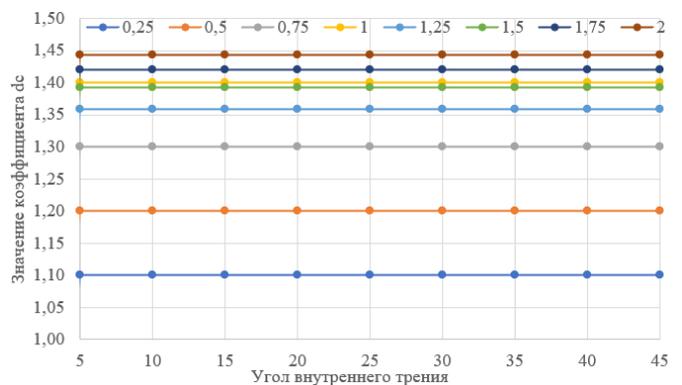
**Fig. 6.** Dependence of the factor  $d_c$  on the angle of internal friction  $\varphi$

Описанные результаты сопоставлялись с ранее опубликованными значениями коэффициента  $d_c$  в работах Г. Г. Меергофа и Д. Б. Хансена. В обоих случаях в разрез с результатами моделирования указывается на увеличение искомого коэффициента при все большем заглублении фундамента, только в работе Г. Г. Меергофа (рис.7) предполагается зависимость коэффициента  $d_c$  от угла внутреннего трения, а по формулам Д.Б. Хансена коэффициент  $d_c$  завит только от соотношения  $D/B$  (рис.8).



**Рис. 7.** Зависимость коэффициента  $d_c$  от угла внутреннего трения (Меерхоф)

**Fig. 7** Dependence of the factor  $d_c$  on the angle of internal friction (Meerhof)



**Рис. 8.** Зависимость коэффициента  $d_c$  от угла внутреннего трения (Хансен)

**Fig. 8.** Dependence of the factor  $d_c$  on the angle of internal friction (Hansen)

С целью подтверждения результатов расчетов в табл.5 приведено сравнение нескольких величин коэффициента  $d_c$  из табл.4 и публикации [5].

**Таблица 5.** Сравнение значений коэффициента  $d_c$ .  
**Table 5.** The comparison of the depth factor  $d_c$  values.

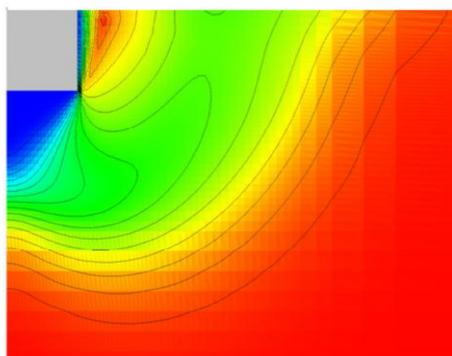
Источник	Угол внутреннего трения $\varphi$ , град.	Отношение $D/B$		
		0	0,5	1
Представляемое исследование	0	1	1,39	1,70
Результаты из [5]	0	1	1,402	1,715
Относительная разница, %		< 1 %	< 1 %	< 1 %

Дополнительно для проверки результатов использованы расчеты Шашкина К.Г. и Шашкина В.А. в программном комплексе FEM-Models [11], в котором реализовано решение упруго-пластических задач методом конечных элементов в форме метода перемещений [11-14].

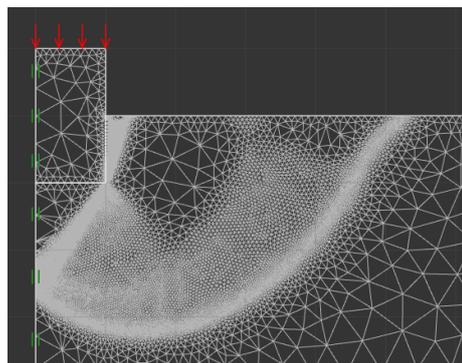
Исходные данные для моделирования сведены в табл.6. Сопоставление результатов приведено в табл.7. Двумя разными методами расчета получены результаты близкие как по картинам деформаций (рис.9-12), так и количественно по величинам несущих способностей оснований.

**Таблица 6.** Исходные данные для упруго-пластического анализа.  
**Table 6.** Input data for the elastoplastic analysis.

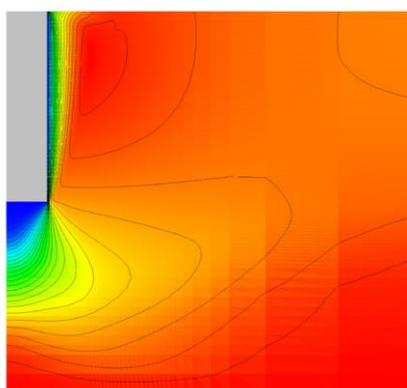
Ширина штампа $B$ , м	Глубина заложения штампа $D$ , м	Сцепление грунта $c$ , кПа	Угол внутреннего трения $\varphi$ , град.	Пригрузка основания $q$ , кПа	Вес грунта ниже подошвы фундамента $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Вес грунта выше подошвы фундамента $\gamma'$ , кН/м <sup>3</sup>
2	От 0 до 5 м	20	0	0	0	0



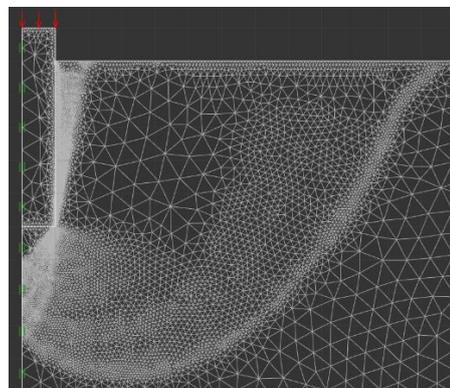
**Рис. 9.** Характер областей сдвига (максимальные перемещения на стадии потери устойчивости).  
 Глубина заложения штампа 1 м. FEM-Models  
**Fig. 9.** The shear deformation area. FEM-Models.  $D=1$  m



**Рис. 10.** Характер областей сдвига (максимальные перемещения на стадии потери устойчивости).  
 Глубина заложения штампа 1 м. Optum G2  
**Fig. 10.** The soil failure mechanism. Optum G2.  $D=1$  m



**Рис. 11.** Характер областей сдвига (максимальные перемещения на стадии потери устойчивости).  
 Глубина заложения штампа 5 м. FEM-Models  
**Fig. 11.** The shear deformation area. FEM-Models.  $D=5$  m



**Рис. 12.** Характер областей сдвига (максимальные перемещения на стадии потери устойчивости).  
 Глубина заложения штампа 5 м. Optum G2  
**Fig. 12.** The soil failure mechanism. Optum G2.  $D=5$  m

**Таблица 7.** Сравнение численных решений.  
**Table 7.** Comparison of numerical solutions.

Отношение $D/B$	0	0,5	1	1,5	2	2,5
Коэффициент $d_c$ по табл.4	1	1,39	1,7	1,99	2,26	2,52
Ожидаемая величина $N_u$ с учетом $d_c$ и $N_c$ (табл.2), кПа	102,8	142,892	174,76	204,572	232,328	259,056
OptumG2	102,83	143,01	175,33	204,38	232,53	258,99
FEM-Models, кПа	102,70	150,00	182,15	208,34	229,62	250,70
Относительная разница между ожидаемой величиной $N_u$ и расчетом в FEM Models, %	0,1	4,7	4,1	1,8	1,2	3,3

В работах, использованных для сравнения результатов, коэффициент  $d_c$  определен только для угла внутреннего трения равного 0. Однако значимые величины сцепления характерны не только для грунтов, деформирующихся в недренированных условиях, но, к примеру, для крупнообломочных грунтов с песчано-глинистым заполнителем. По этой причине в настоящем исследовании значения коэффициента  $d_c$  найдены для различных углов внутреннего трения.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Расчеты, выполненные с применением модифицированного метода конечных элементов в ПК Optum G2, доказывают необходимость учета коэффициента глубины заложения фундамента  $d_c$ .

Результаты работы состоят в следующем:

- Определены значения коэффициента  $d_c$  при жестком контакте основания и штампа. Коэффициент изменяется от 1,09 до 2,52 при отношениях  $D/B$  от 0 до 2.5 и угле внутреннего трения в пределах от  $0^0$  до  $45^0$ .
- Результаты решения упруго-пластических задач методом конечных элементов подтвердили корректность проведенного предельного анализа.

В дальнейшем описанную методику численного моделирования можно использовать для установления значений коэффициента  $d_c$  при различных параметрах внешнего трения фундамента и массива грунта.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Терцаги К. Теория механики грунтов. Госстройиздат, 1961. 507 с.
2. Bowles J. E. Foundation analysis and design. Fifth edition. The McGraw-Hill Companies, Inc., 1997. 1164 p.
3. Королев К.В. Несущая способность оснований в стабилизированном и нестабилизированном состоянии. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук: 05.23.02. / Королев К.В. Новосибирск. 2014. 326 С. EDN: ZPODYD.
4. Yahia-Cherif H., Mabrouki A., Mellas M., Benmeddour D. Numerical study of depth factors for undrained limit load of strip footings // Courrier du Savoir – 2013, N°17, Décembre, P.127-130.
5. Gourvenec S.M, Mana D. S. K. Undrained vertical bearing capacity factors for shallow foundations. Géotechnique Letters, 2011, 1, P. 101–108.
6. L. F. dos Santos, A.C.de Freitas. Orientational Analysis of the Vesic's Bearing Capacity of Shallow Foundations // Soils and Rocks, 2020, 43 (1), P. 3-9. DOI:10.28927/SR.431003.
7. Salgado R., Lyamin A.V., Sloan S. W., Yu H. S. Two- and three-dimensional bearing capacity of foundations in clay // Géotechnique, 2004, 54 (5). P. 297– 306.
8. Lyamin, A.V., Sloan, S.W. Lower bound limit analysis using nonlinear programming // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2002, 55 (5), P. 573-611. DOI:10.1002/nme.511
9. Lyamin A.V., Sloan S.W. Upper bound limit analysis using linear finite elements and nonlinear programming. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 2002, No.26. P.181-216
10. Hjiiaj, M., Lyamin, A.V., Sloan, S.W. Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor  $N_\gamma$  // International Journal of Solids and Structures. 2004, 42 (5), P.1681-1704. DOI:10.1016/j.ijsolstr.2004.08.002
11. Шашкин К.Г., Шашкин В.А. Решение задач предельного равновесия с использованием метода конечных элементов // Жилищное строительство 2014, №4. С. 47-50. EDN:QIACAD.
12. Шашкин К.Г., Шашкин В.А., Дунаева М.В. Численное моделирование задач предельного равновесия с помощью упруго-пластической модели // Геотехника. 2011, №4. С. 10-23. EDN: OWFTNL
13. Улицкий В.М., Шашкин А.Г., Шашкин К.Г., Шашкин В.А. Основы совместных расчетов зданий и оснований // Геотехника. 2016, № 3. С. 66-77. EDN:WDCLKV

14. Тер-Мартirosян З.Г., Тер-Мартirosян А.З., Филиппов К.А. Осадка и несущая способность круглого штампа на упруго-пластическом основании // Жилищное строительство 2022, №12. С. 3-7. EDN: GJXQBR.

#### ОБ АВТОРАХ

**Александр Валерьевич Яваров** – доцент, к.т.н. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29. E-mail: yavarov\_av@spbstu.ru

**Снежана Николаевна Шаповалова** – студент. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29. E-mail: shapovalova.sn@edu.spbstu.ru

#### ABOUT THE AUTHORS

**Alexandr V. Yavarov** – lecturer, Ph.D. of Engineering Sciences. Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (SPbPU). 195251, Russia, St.Petersburg, Polytechnicheskaya st., 29. E-mail: yavarov\_av@mail.ru

**Snezhana N. Shapovalova** – student. Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (SPbPU). 195251, Russia, St.Petersburg, Polytechnicheskaya st., 29. E-mail: shapovalova.sn@edu.spbstu.ru

УДК 699.8

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ОГРАЖДАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЯХ ЗДАНИЙ, СООРУЖЕНИЙ, ИНЖЕНЕРНЫХ И ТЕПЛОВЫХ СЕТЯХ

Р.А. Садыков, Э.Ю. Абдуллазянов, Л.С. Сабитов, А.К. Мухаметзянова

*Казанский государственный энергетический университет, г.Казань (Российская Федерация)*

**Аннотация.** Рассматриваются вопросы переноса теплоты, воздухопроницания и влаги в одно- и многослойных ограждающих конструкциях (ОК) зданий, сооружений, инженерных, тепловых и электрических сетях, обусловленные действием внешних климатических факторов и работой систем отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха. Рассмотрена общая постановка задачи процессов переноса с учетом внутренних объемных или локальных источников (стоков) переноса субстанции. Разработана обобщенная математическая модель (ММ) нестационарного переноса (теплоты, вещества и т.п.) для тел различной канонической формы (полупространство, пластина, полые цилиндр и шар) и их аналогов. В частных случаях ММ учтены зависимости теплофизических характеристик (сплошной изотропной) среды, параметров граничных условий, мощностей объемных источников (стоков) переноса субстанции от потенциалов переноса (температуры, влагосодержания и др.) или от четырехмерного пространства событий. Рассмотрены аналитические решения поставленной обобщенной краевой задачи (КЗ) для неустановившихся и стационарных процессов переноса субстанций при обобщенных граничных условиях (первого, второго, третьего и смешанного рода) на внешней поверхности или контуре исследуемой области. При постоянных параметрах системы нестационарных процессов переноса показан алгоритм решения дифференциальных уравнений переноса методом Фурье при переменных параметрах условий однозначности. Полученные ММ, аналитические и приближенные решения прямых КЗ переноса приведены к удобному для этих целей критериальному виду.

**Ключевые слова:** уравнение, перенос, потенциал, процесс, математическая модель, решение, критерий, ограждение, конструкция, теплофизика здания, сооружения, сети.

**Ссылка для цитирования:** Садыков Р.А., Абдуллазянов Э.Ю., Сабитов Л.С., Мухаметзянова А.К. Математическое моделирование процессов переноса в ограждающих конструкциях зданий, сооружений, инженерных и тепловых сетях // Инженерные исследования. 2024. №2(17). С. 36-41. EDN: XPMWUM

## MATHEMATICAL MODELING OF THE TRANSFER PROCESSES IN THE ENCLOSING STRUCTURES OF BUILDINGS, CONSTRUCTIONS, THERMAL AND ENGINEERING NETWORKS

R.A. Sadykov, E.Y. Abdullazyanov, L.S. Sabitov, A.K. Mukhametzyanova

*Kazan state power engineering university, Kazan (Russian Federation)*

**Abstract.** The problems of heat and moisture transfer, air permeability in single and enclosure constructions (EC) of buildings, facilities and heat, engineering and electrical networks under the influence of environmental factors and the work of heating, ventilation and air conditioning has been analyzed. A general definition of the problem taking into account the transfer processes of internal voluminous or local heat source (drainage) has been considered. A generalized mathematical model (MM) of unsteady heat and mass transfer process for bodies of different canonical form (half-plate, hollow cylinder and sphere) and their analogues has been developed. In particular cases of the mathematical model, the dependence of the physical characteristics of the (solid isotropic) medium, the boundary conditions parameters, the capacity of the mass substance transfer sources (drains) from the transfer potentials (temperature, moisture content) or the space-time continuum has been taken into consideration. The analytical solution of the generalized non-stationary and stationary heat and mass transfer problem under the general boundary conditions of different (first, second, third and mixed) kind on the outline of the researched area has been scrutinized. For constant system parameters of non-stationary transfer processes an algorithm for solving differential transfer equations using Fourier transformation with variable parameters of different kind of boundary conditions has been shown. The obtained MM, analytical and approximate solutions of direct transfer short circuits are given a criterion form convenient for these purposes.

**Keywords:** equation, mass and heat transfer, process, mathematical model, solution, criteria, enclosure construction, building envelope, thermophysics of building, facilities, networks.

**For citation:** Sadykov R.A., Abdullazyanov E.Y., Sabitov L.S., Mukhametzyanova A.K. Mathematical modeling of the transfer processes in the enclosing structures of buildings, constructions, thermal and engineering networks // Inzhenernyye issledovaniya [Engineering Research]. 2024. No.2(17). Pp. 36-41. EDN: XPMWUM

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время значение теплофизики зданий и различных сооружений усиливается в связи с широким применением промышленных конструкций из современных материалов, повышением требований к комфортности внутреннего климата помещений, а также развитием строительства в районах с резко выраженными климатическими воздействиями. Поэтому оптимальное формирование полей потенциалов переноса тепла и вещества в многослойных ограждающих конструкциях (ОК) с помощью автоматизированных систем управления теплогазоснабжения, вентиляции и кондиционирования воздуха в значительной степени определяет выбор проектного решения, экономичность технических и технологических процессов, массоемкость, габариты и эксплуатационные характеристики инженерного оборудования, здания или всего сооружения в целом.

Нормативные данные СНиП 23-02-2003 „Тепловая защита зданий“ и литературный анализ исследований [1-4] показывает, что расчёт тепловлажностных характеристик, наружных ограждающих конструкций в основном проводится при установившихся условиях параметров состояния строительного объекта и постоянных теплофизических свойствах отдельных слоев ОК. Кроме того в подобных расчётах и ММ не учитывается наличие внутренних источников (или стоков) тепла и вещества во временных периодах конденсации и испарения влаги в ОК [2-5] в периоды с отрицательными (градусо-сутки отопительного периода) и положительными температурами наружного воздуха ( $t \geq 8^\circ\text{C}$ ). При стационарных условиях диффузии водяного пара расчёт влажностного режима ОК в основном проводят только приближенно – графическим методом [1-3]. Поэтому проблема обобщенной постановки КЗ процессов переноса субстанций в ОК и анализ возможностей её аналитического и приближенного решения в зависимости от заданных условий однозначности является актуальной.

## МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

На основании общепринятых допущений, учета фильтрации воздуха через ОК и наличия объёмных положительных или отрицательных источников переноса субстанций сформулирована обобщенная система нелинейных дифференциальных уравнений нестационарного конвективного переноса в ОК:

$$\begin{aligned} D\vec{s}[\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau)] + \text{sgn}[\vec{J}] < \nabla, \vec{J}[\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau)] > \\ + \text{sgn}[\vec{I}]\vec{I}[\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau)] = \vec{0}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\vec{s}$  - вектор-столбец субстанций (скалярные величины),  $\vec{J}$  – вектор-столбец потоков (векторные величины),  $\vec{\Pi}$  – вектор-строка потенциалов переноса или параметров состояния системы (скалярные величины),  $\vec{I}$  – вектор-столбец положительных или отрицательных объёмных источников переноса субстанций (скалярные величины),  $D$  - производная Лагранжа,  $\nabla(\partial_x, \partial_y, \partial_z)$  - оператор Гамильтона,  $\vec{r}(x, y, z)$  – вектор пространственных координат,  $\tau$  - время,  $\text{sgn}[\cdot]$  – функция знака,  $< \cdot, \cdot >$  - скалярное произведение векторов.

Система (1) совместно с уравнениями Навье-Стокса, неразрывности, термодинамических параметров состояния системы и условиями однозначности образуют замкнутую систему дифференциальных уравнений (СДУ) нелинейного конвективного переноса субстанций. Аналитическое решение представленной СДУ осуществимо только при определенных упрощениях. Применительно к неподвижным ОК СДУ (1) после ряда допущений и преобразований относительно потенциалов нестационарного переноса можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \vec{\Pi}_\tau(\vec{r}, \tau) + \text{sgn}[\vec{I}] < \nabla, \vec{J}[\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau)] > \\ + \text{sgn}[\vec{I}]\vec{I}[\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau)] = \vec{0}. \end{aligned} \quad (2)$$

Для выделения единственного решения уравнений переноса необходимо к уравнению (2) присоединить начальные и ГУ. Решением КЗ будут функции  $\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau)$ , если соблюдаются следующие свойства [6, 7, 12].

1.  $\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau)$  определены и непрерывны в замкнутой области  $\bar{\Omega} : \vec{a} \leq \vec{r} \leq \vec{b}, \tau_0 \leq \tau \leq \tau_k, \tau_0 \geq 0$ ;
2.  $\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau)$  удовлетворяют уравнениям переноса в открытой области  $\Omega : \vec{a} < \vec{r} < \vec{b}, \tau > \tau_0$ ;

3.  $\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau)$  удовлетворяют начальным и ГУ, т.е.  $\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau_0) = \vec{\Pi}_0(\vec{r})$ ,  $\vec{r} \in \bar{\Omega}$ ,  $l_{ij}[\vec{\Pi}] = \vec{\varphi}_{ij}(\vec{r}, \tau)$ ,  $(\vec{r}, \tau) \in F_i$  ( $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m_i}$ ),  $\tau \geq \tau_0$ , где  $\vec{\Pi}_0(\vec{r})$ ,  $\vec{\varphi}_{ij}(\vec{r}, \tau)$  - непрерывные функции.

4. Для непрерывности  $\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau)$  в  $\bar{\Omega}$  необходимо удовлетворение условиям сопряжения («склеивания»)  $\vec{\Pi}_0(\vec{r}, \vec{a}) = \vec{\varphi}_{ij}(\vec{r}, \tau_0) = \vec{\Pi}(\vec{a}, \tau_0)$  и  $\vec{\Pi}_0(\vec{r}, \vec{b}) = \vec{\varphi}_{ij+1}(\vec{r}, \tau_0) = \vec{\Pi}(\vec{b}, \tau_0)$ .

Если параметры системы (теплофизические, термодинамические, физико-химические и др. характеристики) постоянны, то уравнение (2) с обобщенными условиями однозначности (обобщенные начальные и ГУ первого, второго, третьего и смешанного рода) будет иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} L[\vec{\Pi}] = \text{sgn}[\vec{I}]\vec{I}[\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau)] \quad , \vec{r} \in \Omega, \tau > \tau_0, \\ L[\vec{\Pi}] = \vec{\Pi}_\tau(\vec{r}, \tau) - [k]\Delta\vec{\Pi}, \\ \vec{\Pi}(\vec{r}, \tau_0) = \vec{\Pi}_0(\vec{r}), \quad \vec{r} \in \bar{\Omega} \quad , \\ l_{ij}[\vec{\Pi}] = \vec{\varphi}_{ij}(\vec{r}, \tau), \\ (\vec{r}, \tau) \in F_i \quad (i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m_i}), \quad \tau \geq \tau_0, \\ l_{ij}[\vec{\Pi}] = \vec{\gamma}_{ij+1}(\vec{r}, \tau) + \vec{\gamma}_{ij} < \nabla\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau), \vec{e} >, \\ F = F_1 \cup F_2 \dots \cup F_n; \bar{\Omega} = \Omega \cup F, \\ |\vec{\gamma}_{ij}| + |\vec{\gamma}_{ij+1}| \neq 0. \end{array} \right. \quad (3)$$

где:  $\vec{\Pi}$  – вектор-столбец потенциалов переноса,  $[K]$  – квадратная матрица постоянных коэффициентов для сопряжённых или вектор – столбец для невязаных процессов переноса [4-6],  $\vec{\Pi}_\tau(\vec{r}, \tau)$  – частная производная потенциалов переноса по  $\tau$ ,  $\Delta$  – Лапласиан,  $\vec{\Pi}_0(\vec{r})$  – вектор-функция начального распределения потенциалов переноса,  $\tau_0$  – начальное время процесса,  $F$  (и  $F_i$ ) – кусочно-гладкая поверхность (и его  $i$ -я часть), ограничивающая область  $\bar{\Omega} \in R^n$ ,  $R^n$  -  $n$ -мерное евклидово пространство,  $(\vec{r}, \tau) \equiv (x, y, z, \tau) \equiv (x_1, x_2, x_3, x_4) \in R^4, (x_4 \equiv \tau)$  - четырехмерное пространство событий,  $\vec{e}$  – единичный вектор,  $\vec{\gamma}_{ij}, \vec{\gamma}_{ij+1} = const$ ,  $L$ - линейный дифференциальный оператор по независимым переменным второго порядка,  $l_{ij}$  - дифференциальные операторы по  $\vec{r}$  и  $\tau$  порядка не выше первого (или конечные соотношения), а  $\vec{\varphi}_{ij}(\vec{r}, \tau)$  - заданные функции, фактически это потенциалы переноса (температура, влагосодержание, концентрация, давление и т.д.) обтекающих исследуемый объект потоков изменяющихся с течением времени.

При рассмотрении физических процессов функции  $\vec{\varphi}_{ij}$  определяются приближенно из опытных данных, поэтому решение такой смешанной КЗ имеет практическую ценность лишь в том случае, если небольшие ошибки начальных и ГУ не могут привести к большим отклонениям соответствующего решения КЗ. В этом случае смешанная КЗ поставлена корректно или непрерывно зависит от начальных и ГУ.

Решения смешанной КЗ (3)-(5) можно построить методом Фурье [7-15]. Для этого предварительной заменой:

$$\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau) = \vec{U}(\vec{r}, \tau) + \vec{v}[\vec{r}, \vec{\gamma}_{ij+1}, \vec{\varphi}_{ij}(\vec{r}, \tau)] \quad , \quad (6)$$

переведём КЗ (3)-(5) относительно  $\vec{\Pi}(\vec{x}, \tau)$  с неоднородными ГУ к КЗ с однородными ГУ относительно  $\vec{U}(\vec{x}, \tau)$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} [\vec{U}(\vec{r}, \tau)]_\tau = [K]\Delta\vec{U}(\vec{r}, \tau) \pm \vec{I}_s(\vec{r}, \tau), \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\vec{U}(\vec{r}, \tau_0) = \vec{U}_0(\vec{r}), \quad (8)$$

$$\vec{\gamma}_{ij} < \nabla\vec{U}, \vec{e} > + \vec{\gamma}_{ij+1}\vec{U} = \vec{0}, \vec{r} \in F_i \quad (9)$$

где  $\vec{I}_*(\vec{r}, \tau)$  - вектор-столбец модифицированных источников переноса.

Далее ищем частные решения однородной КЗ (7)-(9) (при  $\vec{I}_*(\vec{r}, \tau) = \vec{0}$ ) в форме с разделяющимися переменными:

$$\vec{U}(\vec{r}, \tau) = T(\tau)\vec{X}(\vec{r}). \quad (10)$$

Подставляя (10) в однородную краевую задачу, получаем известный частный случай задачи Штурма-Лиувилля для нахождения собственных функций  $\vec{X}(\vec{r})$  и собственных чисел  $\nu$ :

$$\begin{cases} \Delta \vec{X}(\vec{r}) + \nu^2 \vec{X}(\vec{r}) = 0, \\ \gamma_{1,i} \langle \nabla \vec{X}(\vec{r}, \tau), \vec{e} \rangle|_F - \gamma_{2,i} \vec{X}(\vec{r}) = 0, \end{cases} \quad (11)$$

Найденные координатные функции  $\vec{X}_n(\vec{r})$  ортогональны в области  $\Omega$  относительно веса  $\rho(\vec{r})$  (в частности, равное: 1,  $r, r^2$  - соответственно для пластины цилиндра, сферы), а  $\nu_n \geq 0$ , тогда:

$$\vec{U}(\vec{r}, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(\tau)\vec{X}_n(\vec{r}). \quad (13)$$

Разлагая далее  $\vec{I}_*(\vec{r}, \tau)$  в ряд Фурье по  $\vec{X}_n(\vec{r})$  получим:

$$\vec{I}_*(\vec{r}, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} k_n(\tau)\vec{X}_n(\vec{r}), \quad (14)$$

где:

$$\begin{aligned} k_n &= \frac{1}{H_n} \int_{\Omega} I_*(\vec{r}, \tau)\vec{X}_n(\vec{r})\rho(\vec{r})dV, \\ H_n &= \int_{\Omega} \vec{X}_n^2(\vec{r})\rho(\vec{r})dV. \end{aligned} \quad (15)$$

После всех преобразований и подстановки (13) в (7) и с учетом (11) и (14) уравнение процессов переноса примет вид:

$$\sum_{n=1}^{\infty} T'_n(\tau)\vec{X}_n(\vec{r}) = -k \sum_{n=1}^{\infty} \nu_n^2 T_n(\tau)\vec{X}_n(\vec{r}) + \sum_{n=1}^{\infty} k_n(\tau)\vec{X}_n(\vec{r}), \quad (16)$$

откуда получаем обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) первого порядка относительно  $T_n(\tau)$ :

$$T'_n(\tau) + k\nu_n^2 T_n(\tau) - k_n(\tau) = 0. \quad (17)$$

Начальные значения  $T_n(\tau_0)$  следуют из (8) после подстановки в него (13) и разложения  $\vec{U}_0(\vec{r})$  в ряд Фурье по  $\vec{X}_n(\vec{r})$ , тогда

$$T_n(\tau_0) = \frac{1}{H_n} \int_{\Omega} \vec{U}_0(\vec{r})\vec{X}_n(\vec{r})\rho(\vec{r})dV. \quad (18)$$

Из решения ОДУ (17) с начальным условием (18) находим функции:

$$T_n(\tau) = e^{-k\nu_n^2 \tau} \left[ T_n(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} k_n(t)e^{k\nu_n^2 t} dt \right], \quad (19)$$

и окончательное замкнутое решение КЗ (3)-(5):

$$\vec{\Pi}(\vec{r}, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(\tau)\vec{X}_n(\vec{r}) + \vec{v}[\vec{r}, \vec{\gamma}_{ij+1}, \vec{\phi}_{ij}(\vec{r}, \tau)]. \quad (20)$$

Для тел канонической формы (полупространство, пластина, полые цилиндр и шар) и постоянных коэффициентов переноса уравнение (3) записывается в виде:

$$\vec{\Pi}_{\tau}(r, \tau) = kr^{-\Gamma} \left[ r^{\Gamma} \vec{\Pi}_r(r, \tau) \right]_r + \text{sgn}[\vec{I}] \vec{I} [\vec{\Pi}(r, \tau)], \quad (21)$$

$$\tau > \tau_0, \quad r_0 < r < r_1, \quad \Gamma = \overline{0,2},$$

или в критериальной форме:

$$\vec{P}_{Fo}(R, Fo) = R^{-\Gamma} \left[ R^{\Gamma} \vec{P}_R(R, Fo) \right]_R + \text{sgn} \left[ \vec{I}_g \right] \vec{I}_g \left[ \vec{P}(R, Fo) \right], \quad (22)$$

$$Fo > Fo_0, \quad 0 < R < 1, \quad \Gamma = \overline{0,2},$$

где в (21)  $r$  – текущая пространственная координата,  $\Gamma$  – геометрический фактор формы тела ( $\Gamma = 0$  для полупространства и пластины,  $\Gamma = 1$  для полого цилиндра и  $\Gamma = 2$  для полого шара),  $\vec{P}_r(r, \tau)$  – производная по текущей координате  $r$ , а в (22) –  $\vec{P}, \vec{P}_{Fo}$  – соответственно безразмерный вектор потенциалов переноса и его производная по переменной Фурье,  $Fo, Fo_0$  – соответственно тепло- или массообменный критерий Фурье и критерий Фурье при  $\tau = \tau_0$ ,  $R = (r - r_0)/(r_1 - r_0)$  – безразмерная текущая координата,  $\vec{I}_g$  – безразмерный вектор положительных или отрицательных объемных источников переноса субстанций.

Ряд аналитических решений уравнения (21) для определенных  $\Gamma$  и их аналогов при переменных внешних (климатических) параметрах граничных условий различного рода можно найти в литературе [6-9].

Для установившихся нелинейных процессов переноса в ОК с учетом фильтрации воздуха, конденсации или испарения влаги ДУ (21) относительно одного из потенциалов переноса будет:

$$\begin{aligned} & [k(\Pi)\Pi_r]_r + r^{-1}\Gamma k(\Pi)\Pi_r \\ & + \text{sgn}[G]G(\Pi)c_p(\Pi)\Pi_r \\ & + \text{sgn}[I]I(\Pi) = 0, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $\Pi = \Pi(r) \equiv t(r)$  – температура,  $k(\Pi) \equiv \lambda(t)$  – коэффициент теплопроводности,  $G$  – удельный расход воздуха,  $c_p$  – изобарная теплоемкость воздуха.

Возможные случаи аналитического решения нелинейного неоднородного дифференциального уравнения теплопереноса (23) в критериальной форме при различных параметрах системы представлены в [4-6].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулирована обобщенная замкнутая система дифференциальных уравнений нелинейного нестационарного конвективного переноса субстанций в ОК.

Применительно к неподвижным объектам (ограждающие конструкции зданий, сооружений, инженерных, тепловых и электрических сетей) формализована математическая модель с обобщенными внешними граничными условиями первого, второго, третьего и смешанного рода.

Показаны условия и алгоритм аналитического решения прямой нестационарной краевой задачи методом Фурье при переменных параметрах граничных условий разного рода.

Приведена постановка и указаны возможные решения краевых нестационарных и стационарных нелинейных задач для тел канонической формы (полупространство, пластина, полый цилиндр и полый шар) и их аналогов.

Параметрический анализ точных аналитических решений позволяет решать задачи оптимизации и автоматизации процессов, что является несомненным преимуществом по сравнению с численными и приближенными методами решения подобных КЗ.

Полученные математические модели, аналитические и приближенные решения поставленных краевых задач переноса приведены к критериальному виду, что удобно для масштабных переходов, практических приложений, параметрического анализа полученных решений, постановки задач оптимизации и автоматизации систем управления технологическими процессами.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фокин К. Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий. М., АВОК-ПРЕСС, 2006, 256 с.
2. Богословский В. Н. Строительная теплофизика (теплофизические основы отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха). С-Пб.: Изд-во «АВОК Северо-Запад», 2006. 400 с.
3. Hugo Hens. Building physics – Heat, Air and Moisture. John Willey and Sons Limited. 2007. 270 p.

4. Садыков Р. А. Теория процессов стационарного нелинейного переноса с учетом воздухопроницаемости, конденсации или испарения парообразной влаги // Известия КГАСУ. 2011. №3 (17), С.268-276.
5. Садыков Р. А. Расчет теплотехнических характеристик ограждающих конструкций с учетом термодиффузии и фильтрации влаги. Материалы Международной научно-технической конференции «Теоретические основы теплогазоснабжения и вентиляции», М., МГСУ, 2005, С. 53-57.
6. Садыков Р.А. Моделирование теплопереноса в кусочно-однородных средах в зависимости от физически сопряженных необратимых процессов. // Материалы XVI Минского международного форума по теплообмену «MIF XVI», РБ, Минск, 16-19 мая 2022.
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1996. 724 с.
8. Карташов Э. М. Аналитические методы теории теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 2001. 550 с.
9. Леонтьев А. И. Теория теплообмена. Изд-во МГТУ, 1997. 683 с.
10. Кудинов В. А., Калашников В. В., Карташов Э. М. и др. Теплоперенос и термоупругость в многослойных конструкциях. М.: Энергоатомиздат, 1997. 425 с.
11. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. М.: Наука, 1967, 368 с.
12. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнение математической физики. М.: Наука, 1969, 288 с.
13. Цой П.В. Методы расчета отдельных задач теплопереноса. М.: Энергия, 1971, 384 с.
14. Полянин А.Д. Справочник. Линейные уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2001, 576 с.
15. Sharma J.N., Singh K. Partial differential equations for engineers and scientists. New Delhi: Narosa Publishing house, 2000, 320 p.

#### ОБ АВТОРАХ

**Ренат Ахатович Садыков** – доктор технических наук, профессор. Казанский государственный энергетический университет (КГЭУ). 420066, Россия, г. Казань, Красносельская ул., д.51. E-mail: sadykov\_r\_a@mail.ru

**Эдвард Юнусович Абдуллазянов** - кандидат технических наук, доцент. Казанский государственный энергетический университет (КГЭУ). 420066, Россия, г. Казань, Красносельская ул., д.51. E-mail: kgeu@kgeu.ru

**Линар Салихзанович Сабитов** – доктор технических наук, доцент. Казанский государственный энергетический университет (КГЭУ). 420066, Россия, г. Казань, Красносельская ул., д.51. E-mail: sabitov-kgasu@mail.ru

**Аида Камилевна Мухаметзянова** – аспирант. Казанский государственный энергетический университет (КГЭУ). 420066, Россия, г. Казань, Красносельская ул., д.51. E-mail: aidamukham@gmail.com

#### ABOUT THE AUTHORS

**Renat A. Sadykov** – Doctor of Technical Sciences, Professor. Kazan State Power Engineering University (KSPU). 420066, Russia, Kazan, Krasnoselskaya st., 51. E-mail: sadykov\_r\_a@mail.ru

**Edward Y. Abdullazyanov** - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor. Kazan State Power Engineering University (KSPU). 420066, Russia, Kazan, Krasnoselskaya st., 51. E-mail: kgeu@kgeu.ru

**Linar S. Sabitov** – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor. Kazan State Power Engineering University (KSPU). 420066, Russia, Kazan, Krasnoselskaya st., 51. E-mail: sabitov-kgasu@mail.ru

**Aida K. Mukhametzianova** – Postgraduate student. Kazan State Power Engineering University (KSPU). 420066, Russia, Kazan, Krasnoselskaya st., 51. E-mail: aidamukham@gmail.com