УДК 624.014

# НАХОЖДЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ГЛУБИНЫ ЗАЛОЖЕНИЯ ФУНДАМЕНТА, ОПРЕДЕЛЯЕМОГО НАЛИЧИЕМ СЦЕПЛЕНИЯ ГРУНТА, ДЛЯ РАСЧЕТА НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОСНОВАНИЯ

### А.В. Яваров, С.Н. Шаповалова

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого г. Санкт-Петербург (Российская Федерация)

Аннотация. Для нахождения несущей способности оснований применяются различные подходы и методы. В рамках теории предельного равновесия грунтов, как правило, используется классическая трехкомпонентная формула К.Терцаги. Она заложена в нормативные документы разных стран мира, включая СП 22.13330.2016 «СНиП 2.02.01-83\* Основания зданий и сооружений», ЕС7 «Геотехническое проектирование». В то же время до сих пор указанная формула уточняется, прежде всего, путем введения или корректировки коэффициентов несущей способности, коэффициентов учета формы подошвы фундамента, коэффициентов, учитывающих уклон основания, и т.д. В данной статье приводится анализ изменения несущей способности основания с увеличением глубины заложения фундамента, задаваемого в расчетной схеме жестким штампом, при отсутствии пригрузки основания. Для выполнения работы использован модифицированный метод конечных элементов, реализованный в расчетном комплексе Optum G2. В алгоритме комплекса внедрена возможность автоматического сгущения сетки конечных элементов вблизи линий скольжения. В результате исследования уточнены значения коэффициента глубины заложения можно применить для установления величин коэффициента  $d_c$  при различных параметрах внешнего трения можно применить для установления величин коэффициента  $d_c$  при различных

**Ключевые слова:** теория предельного равновесия грунтов, несущая способность оснований, коэффициенты глубины заложения фундамента, коэффициенты несущей способности, метод предельного анализа, метод конечных элементов, модель Кулона-Мора, формула Терцаги.

Ссылка для цитирования: Яваров А.В., Шаповалова С.Н. Нахождение коэффициента глубины заложения фундамента, определяемого наличием сцепления грунта, для расчета несущей способности основания // Инженерные исследования. 2024. №2(17). С. 28-35. EDN: KWDZBM

# DETERMINING THE DEPTH FACTOR FOR BEARING CAPACITY OF SHALLOW FOUNDATIONS AS DEFINED BY SOIL COHESION

### A.V. Yavarov, S.N. Shapovalova

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg (Russian Federation)

Abstract. Engineers use various approaches and methods to define bearing capacity of shallow foundations. As a rule, they use the Terzaghi equation included into many regulatory documents, such as SP 22.13330.2016 or EC7. That notwithstanding, this equation is still being clarified by introducing or correcting bearing capacity factors, footing shape factors, inclination factors, etc. The bearing capacity of shallow foundations rises relative to an increase of embedment depth. The paper provides an analysis of changes in the depth factor  $d_c$  according to increasing depth of foundations and the internal friction angle of soil. This investigation was made possible by limit analysis implemented in Optum G2 software. As a result, refined values of the corresponding depth factor  $d_c$  for firm footing-subsoil contact were obtained. Moreover, validation of the results included an elastoplastic analysis.

**Keywords:** bearing capacity of foundations, depth factors, factors of bearing capacity, limit analysis, finite element method, Mohr-Coulomb model, Terzaghi equation.

For citation: Yavarov A.V., Shapovalova S.N. Determining the depth factor for bearing capacity of shallow foundations as defined by soil cohesion // Inzhenernyye issledovaniya [Engineering Research]. 2024. No.2(17). Pp. 28-35. EDN: KWDZBM

#### ВВЕДЕНИЕ

При проведении геотехнических расчетов несущую способность оснований представляют в виде трехчленной формулы К. Терцаги [1]:

$$N_u = \frac{1}{2} N_{\gamma} \cdot \gamma \cdot B + N_q \cdot q + N_c \cdot c , \qquad (1)$$

где  $N_u$  – несущая способность, кПа;  $N_{\gamma}$ ,  $N_q$ ,  $N_c$  – безразмерные коэффициенты несущей способности;  $\gamma$  – удельный вес грунта, кН/м<sup>3</sup>; c – удельное сцепление грунта, кПа; B – ширина подошвы, м; q – пригрузка основания, кПа.

Учитывая различные геотехнические условия в формулу (1) вводят множество коэффициентов, включая безразмерные коэффициенты формы подошвы фундамента  $s_{\gamma}$ ,  $s_q$ ,  $s_c$ , безразмерные коэффициенты глубины заложения фундамента  $d_{\gamma}$ ,  $d_q$ ,  $d_c$ , безразмерные коэффициенты угла наклона к вертикали равнодействующей внешней нагрузки  $i_{\gamma}$ ,  $i_q$ ,  $i_c$  [2, 3]:

$$N_{u} = \frac{1}{2} N_{\gamma} \cdot \gamma \cdot B \cdot s_{\gamma} \cdot d_{\gamma} \cdot i_{\gamma} + N_{q} \cdot q \cdot s_{q} \cdot d_{q} \cdot i_{q} + N_{c} \cdot c \cdot s_{c} \cdot d_{c} \cdot i_{c} .$$
<sup>(2)</sup>

В актуальном СП 22.13330.2016 «СНиП 2.02.01-83\* Основания зданий и сооружений» в формулу несущей способности из перечисленных коэффициентов входят только коэффициенты формы  $s_{\gamma}$ ,  $s_q$ ,  $s_c$  и угла наклона  $i_{\gamma}$ ,  $i_q$ ,  $i_c$ . Последние учтены путем соответствующего изменения коэффициентов несущей способности  $N_{\gamma}$ ,  $N_q$ ,  $N_c$ .

Коэффициенты глубины заложения фундамента, напротив, до сих пор не включены в СП 22.13330.2016. Ввиду того, что коэффициенты  $d_{\gamma}$ ,  $d_q$ ,  $d_c$  повышают несущую способность основания, и при этом имеются значительные отличия в оценках их величин в работах Д. Б. Хансена, Г. Г. Меергофа, А. С. Весича и других исследователей [2, 4-7], их внедрение без должного обоснования может привести к аварийным ситуациям. Это делает актуальным уточнение величин коэффициентов глубины заложения фундамента с использованием различных методов.

В настоящей работе рассматривается только часть несущей способности основания, зависящая от сцепления грунта. Соответственно, целью исследования является определение величин коэффициента глубины заложения фундамента  $d_c$ . Первая задача состоит в нахождении указанного коэффициента методом предельного анализа, заложенным в программном комплексе (далее – ПК) Optum G2 [8-10] в виде модифицированного метода конечных элементов. Вторая задача заключается в сравнении результатов моделирования с расчетами в ПК FEM-Models, в котором реализовано решение упругопластических задач методом конечных элементов в форме метода перемещений.

Для подтверждения корректности численных экспериментов первоначально решена задача о нахождении несущей способности незаглубленного жесткого штампа (модели фундамента) в ПК Optum G2. При решении задачи определен коэффициент несущей способности  $N_c$ , аналитическое выражение которого получено Л. Прандтлем [3]:

$$N_u = N_c \cdot c , \qquad (3)$$

$$N_c = \left(\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \cdot e^{\pi \tan\varphi} - 1\right) \cdot ctg\varphi,$$

где  $\varphi$  – угол внутреннего трения, град.

Исходные данные для моделирования приведены в табл.1. В качестве критерия прочности использовано условие Кулона-Мора. Сцепление материла принято равным 1 кПа, а значит найденная несущая способность основания численно будет равна коэффициенту N<sub>c</sub>:

$$N_c = \frac{N_u}{c}.$$
(4)

Угол внутреннего трения  $\varphi$  изменялся от численного эксперимента к эксперименту с шагом в 5° от 0° до 45°.

Ширина	Глубина	Сцепление	Угол	Пригрузка	Вес грунта	Вес грунта
штампа В, м	заложения	грунта с, кПа	внутреннего	основания $q$ ,	ниже	выше
	штампа D, м		трения $\varphi$ ,	кПа	подошвы	подошвы
			град,		фундамента	фундамента
					γ, кН/м <sup>3</sup>	<b>γ'</b> , кН/м <sup>3</sup>
1	0	1	Вариативный	0	0	0

**Таблица 1.** Исходные данные для задачи по определению  $N_c$ . **Table 1.** The input data for the bearing capacity factor  $N_c$  problem.

Геометрия моделей задана с учетом симметрии, рисунок 1. Размеры, вовлекаемой в расчет области полупространства, подбирались так, чтобы линии скольжения не доходили до границ расчетной модели. При разбиении модели на конечные элементы использовалась технология автоматического сгущения сетки элементов вблизи линий скольжения. Изначальное число элементов принято равным 10000, при этом указано 5 шагов адаптации сетки, рис.2. Для части структурных линий верхней грани указан максимальный размер элементов – не более 0,1 м. В углу штампа указано положение области радиального веера.



**Рис. 1.** Расчетная модель **Fig. 1.** The calculation model



Рис. 2. Сетка конечных элементов Fig. 2. Finite element mesh

На боковых гранях введен запрет перемещений по нормали к поверхности массива грунта, по нижней грани – запрет перемещений.

Результаты расчетов в ПК Optum G2 практически совпадают с аналитическим решением Л. Прандтля, включенным в СП 22.13330.2016 и ЕС7. Расхождения составляют менее 1%. Следует отметить, что такого совпадения удается достичь при вычислении верхних и нижних оценок несущей способности основания. В качестве итогового результата принимается среднее значение между оценками.

	r	-								-
Угол внутреннего трения φ, град.	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Нижняя оценка $N_u = N_c$ , кПа	5,13	6,46	8,30	10,90	14,73	20,52	29,77	45,32	73,42	129,07
Верхняя оценка $N_u = N_c$ , кПа	5,16	6,51	8,38	11,03	14,99	20,87	30,40	46,61	76,28	136,23
Среднее значение $N_u = N_c$ , кПа	5,14	6,49	8,34	10,97	14,86	20,69	30,09	45,97	74,85	132,65
Решение Л. Прандтля, СП 22.13330.2016, ЕС7 <i>N<sub>u</sub></i> = <i>N<sub>c</sub></i> , кПа	5,14	6,49	8,34	10,98	14,84	20,72	30,14	46,12	75,31	133,87
Погрешность, %	< 1 %	< 1 %	< 1 %	< 1 %	< 1 %	< 1 %	< 1 %	< 1 %	< 1 %	< 1 %

Таблица 2. Значения коэффициента  $N_c$ . Table 2. The values of the bearing capacity factor  $N_c$ . На рис.3 и рис.4 проиллюстрированы схемы разрушения массивов грунта, выведенные после нахождения нижних оценок несущих способностей оснований. При увеличении угла внутреннего трения зона сдвига, ожидаемо, значительно увеличивается в размерах.





Рис. 3. Схема разрушения ( $\varphi = 0^{\circ}$ ) Fig. 3. The soil failure mechanism ( $\varphi = 0^{\circ}$ )

Рис. 4. Схема разрушения ( $\varphi = 45^{\circ}$ ) Fig. 4. The soil failure mechanism ( $\varphi = 45^{\circ}$ )

## КОЭФФИЦИЕНТ ГЛУБИНЫ ЗАЛОЖЕНИЯ ФУНДАМЕНТА d<sub>c</sub>

При заглублении фундамента в невесомый массив грунта с нулевой пригрузкой увеличение несущей способности основания происходит за счет прочности грунта выше подошвы фундамента. Учет описанного явления возможен, в том числе, путем добавления в формулу (1) коэффициента  $d_c$ .

Исходные данные к задаче о нахождении  $d_c$  представлены в табл.3. Они отличаются от сведений в табл.1 лишь варьированием глубины заложения штампа.

**Таблица 3.** Исходные данные для задачи по определению  $d_c$ . **Table 3.** The input data for the depth factor  $d_c$  problem.

Ширина	Глубина	Сцепление	Угол	Пригрузка	Вес грунта	Вес грунта
штампа В, м	заложения	грунта с, кПа	внутреннего	основания $q$ ,	ниже	выше
	штампа D, м		трения $\varphi$ ,	кПа	подошвы	подошвы
			град,		фундамента	фундамента
					γ, кН/м <sup>3</sup>	γ', кН/м <sup>3</sup>
1	От 0 до 2,5 м	1	Вариативный	0	0	0

При обозначенных условиях коэффициент  $d_c$  может быть найден по формуле:

$$d_c = \frac{N_u}{N_c \cdot c},\tag{5}$$

где *N*<sub>с</sub> принимается по таблице 2.

Результаты численного моделирования приведены в табл.4. Значения коэффициента  $d_c$  всегда выше единице. Такой результат, как и указывалось ранее, приводит к увеличению несущей способности оснований.

Таблица 4. Значения коэффициента d <sub>c</sub> .	
<b>Table 4.</b> The values of the depth factor $d_c$ .	

$У_{\Gamma 0 \Pi} \varphi$ .	Отношение D/B									
град.	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
0	1,22	1,39	1,55	1,70	1,85	1,99	2,13	2,26	2,39	2,52
5	1,20	1,36	1,51	1,65	1,78	1,91	2,04	2,16	2,28	2,40
10	1,18	1,33	1,47	1,60	1,72	1,84	1,96	2,07	2,18	2,29
15	1,16	1,29	1,43	1,54	1,66	1,77	1,88	1,99	2,10	2,20
20	1,14	1,27	1,38	1,49	1,60	1,71	1,82	1,92	2,02	2,12
25	1,13	1,24	1,35	1,46	1,56	1,67	1,77	1,87	1,96	2,06

30	1,11	1,22	1,33	1,42	1,52	1,62	1,71	1,81	1,90	1,99
35	1,11	1,20	1,30	1,39	1,48	1,57	1,66	1,75	1,84	1,92
40	1,10	1,18	1,27	1,36	1,44	1,53	1,61	1,69	1,77	1,85
45	1,09	1,17	1,25	1,33	1,40	1,48	1,55	1,63	1,70	1,77

Таблица 4. Значения коэффициента  $d_c$ . Table 4. The values of the depth factor  $d_c$ .

Для наглядного отображения результатов построены графики зависимостей коэффициента  $d_c$  от угла внутреннего трения и соотношения ширины штампа к глубине его заложения. По графикам на рис.5 видно, что по мере увеличения глубины заложения фундамента значение коэффициента растет. Данный результат вызван увеличением сопротивления массива грунта смещениям штампа, ввиду большей его анкеровки. При этом эффект от заглубления (рис.6) убывает с возрастанием угла  $\varphi$ , поскольку чем выше  $\varphi$ , тем глубже область развития сдвиговых деформаций и меньше чувствительность к увеличению глубины заложения фундамента.



Описанные результаты сопоставлялись с ранее опубликованными значениями коэффициента  $d_c$  в работах Г. Г. Меергофа и Д. Б. Хансена. В обоих случаях в разрез с результатами моделирования указывается на увеличение искомого коэффициента при все большем заглублении фундамента, только в работе Г. Г. Меергофа (рис.7) предполагается зависимость коэффициента  $d_c$  от угла внутреннего трения, а по формулам Д.Б. Хансена коэффициент  $d_c$  завит только от соотношения D/B (рис.8).



С целью подтверждения результатов расчетов в табл.5 приведено сравнение нескольких величин коэффициента *d<sub>c</sub>* из табл.4 и публикации [5].

**Таблица 5.** Сравнение значений коэффициента  $d_c$ . **Table 5.** The comparison of the depth factor  $d_c$  values.

Источник	Угол внутреннего	Отношение D/B			
источник	трения $\varphi$ , град.	0	0,5	1	
Представляемое исследование	0	1	1,39	1,70	
Результаты из [5]	0	1	1,402	1,715	
Относительная ра	< 1 %	< 1 %	< 1 %		

Дополнительно для проверки результатов использованы расчеты Шашкина К.Г. и Шашкина В.А. в программном комплексе FEM-Models [11], в котором реализовано решение упруго-пластических задач методом конечных элементов в форме метода перемещений [11-14].

Исходные данные для моделирования сведены в табл.6. Сопоставление результатов приведено в табл.7. Двумя разными методами расчета получены результаты близкие как по картинам деформаций (рис.9-12), так и количественно по величинам несущих способностей оснований.

**Таблица 6.** Исходные данные для упруго-пластического анализа. **Table 6.** Input data for the elastoplastic analysis.

Ширина	Глубина	Сцепление	Угол	Пригрузка	Вес грунта	Вес грунта
штампа В, м	заложения	грунта с, кПа	внутреннего	основания $q$ ,	ниже	выше
	штампа D, м		трения $\varphi$ ,	кПа	подошвы	подошвы
			град,		фундамента	фундамента
					γ, кН/м <sup>3</sup>	γ', кН/м <sup>3</sup>
2	От 0 до 5 м	20	0	0	0	0



Рис. 9. Характер областей сдвига (максимальные перемещения на стадии потери устойчивости). Глубина заложения штампа 1 м. FEM-Models Fig. 9. The shear deformation area. FEM-Models. D=1 m



**Рис. 11.** Характер областей сдвига (максимальные перемещения на стадии потери устойчивости). Глубина заложения штампа 5 м. FEM-Models **Fig. 11.** The shear deformation area. FEM-Models. D=5 m



Рис. 10. Характер областей сдвига (максимальные перемещения на стадии потери устойчивости). Глубина заложения штампа 1 м. Optum G2

Fig. 10. The soil failure mechanism. Optum G2. D=1 m



**Рис. 12.** Характер областей сдвига (максимальные перемещения на стадии потери устойчивости). Глубина заложения штампа 5 м. Орtum G2

Fig. 12. The soil failure mechanism. Optum G2. D=5 m

**Таблица 7.** Сравнение численных решений. **Table 7.** Comparison of numerical solutions.

Отношение D/B	0	0,5	1	1,5	2	2,5
Коэффициент <i>d</i> <sub>с</sub> по табл.4	1	1,39	1,7	1,99	2,26	2,52
Ожидаемая величина N <sub>u</sub> с учетом d <sub>c</sub> и N <sub>c</sub> (табл.2), кПа	102,8	142,892	174,76	204,572	232,328	259,056
OptumG2	102,83	143,01	175,33	204,38	232,53	258,99
FEM-Models, кПа	102,70	150,00	182,15	208,34	229,62	250,70
Относительная разница между ожидаемой величиной <i>N</i> <sub>11</sub> и						
расчетом в FEM Models, %	0,1	4,7	4,1	1,8	1,2	3,3

В работах, использованных для сравнения результатов, коэффициент  $d_c$  определен только для угла внутреннего трения равного 0. Однако значимые величины сцепления характерны не только для грунтов, деформирующихся в недренированных условиях, но, к примеру, для крупнообломочных грунтов с песчано-глинистым заполнителем. По этой причине в настоящем исследовании значения коэффициента  $d_c$  найдены для различных углов внутреннего трения.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Расчеты, выполненные с применением модифицированного метода конечных элементов в ПК Optum G2, доказывают необходимость учета коэффициента глубины заложения фундамента  $d_c$ .

Результаты работы состоят в следующем:

- Определены значения коэффициента  $d_c$  при жестком контакте основания и штампа. Коэффициент изменяется от 1,09 до 2,52 при отношениях D/B от 0 до 2.5 и угле внутреннего трения в пределах от  $0^0$  до  $45^0$ .
- Результаты решения упруго-пластических задач методом конечных элементов подтвердили корректность проведенного предельного анализа.

В дальнейшем описанную методику численного моделирования можно использовать для установления значений коэффициента *d<sub>c</sub>* при различных параметрах внешнего трения фундамента и массива грунта.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Терцаги К. Теория механики грунтов. Госстройиздат, 1961. 507 с.

2. Bowles J. E. Foundation analysis and design. Fifth edition. The McGraw-Hill Companies, Inc., 1997. 1164 p.

3. Королев К.В. Несущая способность оснований в стабилизированном и нестабилизированном состоянии. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук: 05.23.02. / Королев К.В. Новосибирск. 2014. 326 С. EDN: ZPODYD.

4. Yahia-Cherif H., Mabrouki A., Mellas M., Benmeddour D. Numerical study of depth factors for undrained limit load of strip footings // Courrier du Savoir – 2013, N°17, Décembre, P.127-130.

5. Gourvenec S.M, Mana D. S. K. Undrained vertical bearing capacity factors for shallow foundations. Géotechnique Letters, 2011, 1, P. 101–108.

6. L. F. dos Santos, A.C.de Freitas. Orientational Analysis of the Vesic's Bearing Capacity of Shallow Foundations // Soils and Rocks, 2020, 43 (1), P. 3-9. DOI:10.28927/SR.431003.

7. Salgado R., Lyamin A.V., Sloan S. W., Yu H. S. Two- and three-dimensional bearing capacity of foundations in clay // Géotechnique, 2004, 54 (5). P. 297–306.

8. Lyamin, A.V., Sloan, S.W. Lower bound limit analysis using nonlinear programming // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2002, 55 (5), P. 573-611. DOI:10.1002/nme.511

9. Lyamin A.V., Sloan S.W. Upper bound limit analysis using linear finite elements and nonlinear programming. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 2002, No.26. P.181-216

10. Hjiaj, M., Lyamin, A.V., Sloan, S.W. Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor N $\gamma$  // International Journal of Solids and Structures. 2004, 42 (5), P.1681-1704. DOI:10.1016/j.ijsolstr.2004.08.002

11. Шашкин К.Г., Шашкин В.А. Решение задач предельного равновесия с использованием метода конечных элементов // Жилищное строительство 2014, №4. С. 47-50. EDN:QIACAD.

12. Шашкин К.Г., Шашкин В.А., Дунаева М.В. Численное моделирование задач предельного равновесия с помощью упруго-пластической модели // Геотехника. 2011, №4. С. 10-23. EDN: OWFTNL

13. Улицкий В.М., Шашкин А.Г., Шашкин К.Г., Шашкин В.А. Основы совместных расчетов зданий и оснований // Геотехника. 2016, № 3. С. 66-77. EDN:WDCLKV

14. Тер-Мартиросян З.Г., Тер-Мартиросян А.З., Филиппов К.А. Осадка и несущая способность круглого штампа на упруго-пластическом основании // Жилищное строительство 2022, №12. С. 3-7. EDN: GJXQBR.

## ОБ АВТОРАХ

Александр Валерьевич Яваров – доцент, к.т.н. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29. E-mail: yavarov\_av@spbstu.ru

Снежана Николаевна Шаповалова – студент. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ). 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29. E-mail: shapovalova.sn@edu.spbstu.ru

### ABOUT THE AUTHORS

Alexandr V. Yavarov – lecturer, Ph.D. of Engineering Sciences. Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (SPbPU). 195251, Russia, St.Petersburg, Polytechnicheskaya st., 29. E-mail: yavarov\_av@mail.ru

**Snezhana N. Shapovalova** – student. Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University (SPbPU). 195251, Russia, St.Petersburg, Polytechnicheskaya st., 29. E-mail: shapovalova.sn@edu.spbstu.ru